

## Mühazirə 7

### ORTA KƏMIYYƏTLƏR

#### Plan

1. Orta kəmiyyətlər haqqında anlayış və onların növləri
2. Hesabi (ədədi) orta kəmiyyət və onun növləri
3. Hesabi orta kəmiyyətin əsas xassələri
4. Harmonik orta kəmiyyət və onun növləri
5. Xronoloji və həndəsi orta kəmiyyətlər

#### 1. Orta kəmiyyətlər haqqında anlayış və onların növləri

Sosial-iqtisadi hadisə və prosesləri öyrənərkən orta kəmiyyətlərdən geniş istifadə edilir. Bu, onunla əlaqədardır ki, toplunun kəmiyyətlə dəyişən əlamətinə yalnız orta göstərijilərin köməyi ilə xarakteristika vermək olar. Çünki orta kəmiyyətlər bir sıra müsbət xassələrə malik olduqlarına görə onların hər hansı başqa bir göstərijisi ilə əvəz edilməsi mümkündür. Məsələn, tutaq ki, iki müəssisə üzrə işçilərin əmək haqqını müqayisə etmək lazımdır. Bu zaman hər bir müəssisədən bir işçinin əmək haqqı barədə məlumatı götürüb müqayisə aparmaq və nəticə çıxarmaq olmaz. Ona görə ki, işçilərin aldığı əmək haqqı dəyişən əlamətdir. Başqa sözlə, bu müəssisələrdə işləyən işçilərin hamısı bərabər məbləğdə əmək haqqı almırlar. Müəssisələr üzrə ayrılıqda əmək haqqının ümumi məbləğini, yəni əmək haqqı fondunu müqayisə etməklə də düzgün nəticə çıxarmaq mümkün deyildir. Çünki əmək haqqının ümumi məbləği işçilərin sayından asılıdır və bu, onun hansı müəssisədə yüksək, hansı müəssisədə isə aşağı olduğunu deməyə imkan vermir. Müəssisələri müqayisə etməyin nisbətən bir düzgün yolu vardır. Bu da ondan ibarətdir ki, hər müəssisə üzrə ayrılıqda bir işçinin orta əmək haqqını hesablamaq və onları müqayisə etmək lazımdır. Sosial-iqtisadi tədqiqatlarda orta kəmiyyətlərin nə kimi əhəmiyyətə malik olduğunu başqa bir misalla nümayiş etdirək. Məlum olduğu kimi, dövlət statistika orqanlarından biri bütün əhalinin, o cümlədən ayrı-ayrı sosial qrupların həyat səviyyəsinə, onların gəlirlərinə xarakteristika verməkdən ibarətdir. Aydın məsələdir ki, müşahidə obyektinə çoxsaylı vahidlər daxildir və hər bir ailənin, sahibkarın, qulluqçunun, tələbənin gəliri bir-birindən kəskin surətdə fərqlənir. Ayrı-ayrı sosial qrupların ümumi gəlirinin müqayisəsi də xüsusi maraq doğurmur. Çünki bu sosial qruplar bir-birindən müxtəlif əlamətlərə (işçilərin, yaxud da sahibkarların sayı) görə fərqlənirlər. Belə bir şəraitdə müqayisə üçün ən yaxşı göstərijisi hər nəfərə, yaxud da hər ailəyə düşən gəlirin orta həjmi ola bilər. Beləliklə, statistikada orta göstərijilərdən kəmiyyətlə dəyişən hər hansı bir eynitipli hadisəyə ümumiləşdirici xarakteristika vermək üçün istifadə olunur. Orta göstərijilərin bu tələbəyə cavab verməsi üçün onlar düzgün hesablanmalıdır. Bununla əlaqədar olaraq statistikanın nəzəriyyəsi və təcrübəsində orta kəmiyyətlərin hesablanmasına dair bir sıra tələblər işlənib hazırlanmışdır. Bunlardan əsasları aşağıdakılardır: 1) orta kəmiyyətlər kütləvi hadisələrdən hesablanmalıdır; 2) orta kəmiyyətlər keyfiyyətlə eynitipli toplu üzrə hesablanmalıdır; 3) orta kəmiyyətləri hesablayarkən ilkin məlumatlar müqayisə edilə bilən olmalıdır.

Bir çox hallarda ümumi inkişaf meylləri öz əksini orta göstərijilərin dəyişməsində tapır, bəzi hallarda isə bu meyl özünü büruzə vermir. Məsələn, sənayenin hər hansı bir sahəsində əmək məhsuldarlığı artdığı halda, həmin sahəyə daxil olan bəzi müəssisələrdə bir sıra

səbəblər üzündən o, yüksəlməyə bilər. Bu, onu göstərir ki, orta göstərijilər kütləvi faktları ümumiləşdirmək əsasında hesablanmalıdır. Yalnız belə olduqda bütövlükdə prosesin əsasını təşkil edən ümumi meyli aşkara çıxarmaq və təsadüfləri aradan qaldırmaq mümkün olur.

Orta kəmiyyətlərdən düzgün istifadə olunmasına verilən tələblərdən biri də toplunu ifadə edən məlumatların keyfiyyətə eynitipli olmasıdır. Öyrənilən toplu keyfiyyətə eynitipli olmadıqda, əvvəlcə o, eynitipli qruplara bölünməli, sonra isə orta kəmiyyət hesablanmalıdır. Deməli, orta kəmiyyətlərdən qruplaşdırma metodu ilə əlaqəli şəkildə istifadə olunur. Qruplaşdırma gerçəkliyi təhrif edən, dərindən əsaslandırılmadan hesablanan orta kəmiyyətlərdən «yaxa qurtarmağa» imkan verir. Məsələn, ölkədə «qulluqçular»dan ibarət əhali qrupu üzrə hesablanan orta «gəlir» göstərijisi həqiqəti düzgün əks etdirmir. Bu, onunla əlaqədardır ki, bu zaman orta kəmiyyətin hesablanması üçün istifadə olunan topluya dövlət, birgə, ijarə və səhmdar müəssisələrində, habelə dövlət idarəetmə, elm, təhsil, mədəniyyət sahələrində çalışan işçilər daxil edilir. Bu isə toplunun eynitipli (yekjins) olmadığını göstərir. Odur ki, belə hallarda orta kəmiyyətlər metodundan qruplaşdırma metodu ilə qarşılıqlı əlaqədə istifadə olunur. Başqa sözlə, toplu üzrə orta kəmiyyətlə yanaşı, hər qrup üzrə də orta kəmiyyət hesablanır.

Orta kəmiyyətləri hesablayarkən ilk məlumatların müqayisə edilə bilən olması həm də o deməkdir ki, məsələn, orta əmək haqqını müəyyən edərkən əmək haqqı fondu və işçilərin sayı, yəni bölünən və bölən haqqında məlumatlar eyni dövrə aid olmalıdır. Məlum olduğu kimi, hər bir orta kəmiyyət öyrənilən toplunu hər hansı bir əlamətə görə səjiyyələndirir. Lakin bu və ya digər toplunu onun tipik jəhətlərini və xüsusiyyətlərini bir göstərijisi ilə səjiyyələndirmək mümkün deyildir. Bunun üçün orta göstərijilər sistemindən istifadə edilməlidir. Məsələn, orta əmək haqqı göstərijisinə adətən orta hesabla bir işçinin istehsal etdiyi məhsul, əməyin fond və enerji ilə silahlanması, işlərin mexanikləşdirilməsi və avtomatlaşdırılması göstərijiləri ilə birlikdə qiymət verilir.

Orta göstərijilər sistemini nəzərdən keçirərkən qarşıya qoyulan tələblərdən biri də ondan ibarətdir ki, onlar öz aralarında müqayisə edilə bilən olmaqla yanaşı, eyni vahidlərdən ibarət toplunun müxtəlif jəhətlərini və xüsusiyyətlərini səjiyyələndirməlidir. Lakin topluda öyrənilən əlamətin ayrı-ayrı vahidlərinin qiyməti orta səviyyədə əhəmiyyətli dərəcədə kənarlaşa bilər. Bu, onunla əlaqədardır ki, ijtimai həyatda fasiləsiz olaraq yeninin meydana gəlməsi və köhnənin ölüb getməsi prosesi baş verir. Əlamətin orta səviyyəsindən isə bir qayda olaraq məhz yeni meydana gələn və ölüb gedən vahidlərin daşığıları kənarlaşırlar. Statistikanın vəzifəsi yeniliyi, mütərəqqini müdafiə etməkdən, köhnəliyin aradan çıxmasına şərait yaratmaqdan ibarətdir.

Orta göstərijilər həm mütləq, həm də nisbi kəmiyyətlərdən hesablanır. Mütləq kəmiyyətlərdən hesablanan orta göstərijilər mütləq kəmiyyətlərin ölçü vahidləri (sentner, ton, ədəd, metr və s.) ilə ifadə olunurlar.

Beləliklə, statistikada orta kəmiyyət dedikdə, konkret məkan və zaman şəraitində sosial-iqtisadi hadisələrdən ibarət topluda dəyişən əlamətin ümumiləşdirilmiş kəmiyyət xarakteristikası nəzərdə tutulur. Başqa sözlə, orta kəmiyyət dəyişən əlamətin səjiyyəvi jəhətlərini ifadə edir, eynitipli hadisələrə ümumiləşdirilmiş kəmiyyət xarakteristikası verir.

Uçot və statistika işləri təjribəsində orta kəmiyyətlərdən geniş istifadə edilir. Məsələn, hər bir müəssisə üzrə istehsalın və əmək məhsuldarlığının orta illik səviyyəsi, orta illik artım sürəti, istehsal xərjlərinin orta hesabla aşağı salınması, bir inəkdən orta illik süd sağımı, işçilərin orta əmək haqqı, kənd təsərrüfatı bitkilərinin orta məhsuldarlığı və s. orta kəmiyyətlərin köməyi ilə müəyyən edilir.

Orta kəmiyyətlər haqqında nəzəriyyəyə dair kifayət qədər tədqiqatlar aparılmışdır. Lakin bu nəzəriyyənin inkişaf etdirilməsinə öz töhfəsini vermiş, tanınmış statistiklərdən İ.Zyus-

milxin, A.Ketlenin, A.Boulinin, K.Çininin, A.Boyarskinin, T.Ryabuşkinin, İ.Pasxaverin, V.Ovsienkonun və başqalarının adlarını xüsusi qeyd etmək lazımdır.

Orta kəmiyyətin mahiyyətini aydınlaşdırmaq üçün onun A.Boyarski və O.Kizin tərəfindən formalaşdırılmış «müəyyənəddi xassəsi» anlayışını nəzərdən keçirmək lazımdır. Onların fikrinə, orta kəmiyyət statistik toplunun ümumiləşdiriji xarakteristikası olmaqla onun (yəni toplunun) bütün vahidləri ilə bağlı olan hər hansı bir kəmiyyətə əsaslanmalıdır. Bu kəmiyyəti aşağıdakı funksiya şəklində təsvir etmək olar:

$$f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$$

Bu kəmiyyət əksəriyyət hallarda real iqtisadi kateqoriya olduğu üçün onu **müəyyənəddi göstəriji** adlandırılır.

Yuxarıdakı funksiya  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  -dən ibarət olan bütün kəmiyyətləri onların orta kəmiyyəti ( $\bar{X}$ ) ilə əvəz etdikdə, onun əhəmiyyəti yenə də əvvəlki kimi qalır.

$$f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = f(\bar{X}, \bar{X}, \bar{X}, \dots, \bar{X})$$

Orta kəmiyyət məhz bu bərabərliyə uyğun olaraq müəyyən edilir.

Bir çox hallarda orta kəmiyyət hadisə haqqında verilmiş məlumatlar arasındakı nisbət, yaxud da onun aşağıdakı məntiqi düsturu ilə müəyyən edilir:

$$OKIN = \frac{\text{ортакямийятинщесаblandьыламятя}}{\text{топлудакьващидляришймятляржями}}$$

Məsələn, müəssisədə çalışan işçilərin orta əmək haqqını hesablamaq üçün əmək haqqı fondunu onların (işçilərin) sayına bölmək lazımdır:

$$\text{Ортаымяк шаггы} = \frac{\text{ямяк шаггы фонду, мин манат}}{\text{ишчилярйы}}$$

Kəsrin surətindəki göstəriji müəyyənəddi göstəriji adlanır. Göründüyü kimi, orta əmək haqqı üçün belə müəyyənəddi göstəriji əmək haqqı fondudur. Çünki istənilən halda hansı ilkin məlumata malik olmağımızdan asılı olmayaraq orta əmək haqqını hesablamaq üçün əmək haqqı fondunu işçilərin sayına bölmək lazımdır.

Lakin sosial-iqtisadi təhlildə istifadə edilən orta kəmiyyəti hesablamaq üçün yalnız bir həqiqi ilkin nisbət müəyyən edilə bilər. Məsələn, əhalinin banklarda saxladıkları əmanətlərin orta qalığını hesablamaq lazım gəldikdə ilkin nisbət aşağıdakı kimi olur:

$$\text{Ортаымянт гальыны} = \frac{\text{ящалинибанклардасахладьы}}{\text{яманятинцмуми мябляьы, мин ман}}$$

Eyni müddətə verilmiş kreditlər üzrə orta faiz normasının müəyyən edilməsi zəruriliyi meydana çıxdıqda aşağıdakı ilkin nisbətdən istifadə edilə bilər:

$$\text{Ортафаижормасы} = \frac{\text{мин ман}}{\text{верилмикрэдитицмуми мябляьы, мин манат}} \cdot 100\%$$

Lakin qeyd etmək lazımdır ki, orta kəmiyyətin hesablanması ilkin nisbətin hansı formada verilməsindən asılıdır.

Beləliklə, hər bir konkret şəraitdə ilkin məlumatların hansı formada verilməsindən asılı olaraq orta kəmiyyətin aşağıdakı növlərinin birindən istifadə edilir: 1) hesabi (ədədi) orta kəmiyyət; 2) harmonik orta kəmiyyət; 3) həndəsi orta kəmiyyət; 4) kvadrat və kub orta kəmiyyət və i.a.

## 2. Hesabi (ədədi) orta kəmiyyət və onun növləri

Statistikada ən geniş yayılmış orta kəmiyyətlərdən biri hesabi orta kəmiyyətdir. Hesabi orta kəmiyyətin iki növü vardır: 1) sadə hesabi orta kəmiyyət; 2) çəkili hesabi orta kəmiyyət.

Sadə hesabi orta kəmiyyətin hesablanmasını aşağıdakı şərti misalla izah edək. Tutaq ki, fermer təsərrüfatında çalışan işçilərin aylıq əmək haqqı barədə aşağıdakı məlumat verilmişdir (manatla): 220, 280, 310, 260, 340, 330, 270, 350, 300, 240. Bu məlumatlara əsasən bir işçinin orta aylıq əmək haqqını hesablamaq tələb olunur. Bu məqsədlə əvvəlcə bütün işçilərin əmək haqqının ümumi məbləğini müəyyən etmək, sonra isə alınan nəticəni onların sayına bölmək lazımdır:

$$\frac{220+280+310+260+340+330+270+350+300+240}{10} = \frac{2900}{10} = 290 \text{ manat}$$

Buradan aydın olur ki, bir işçinin orta aylıq əmək haqqı 290 manata bərabərdir. Bu, sadə hesabi orta kəmiyyətdir. Ona görə ki, orta kəmiyyət əlamət haqqında verilmiş fərdi qiymətləri sadəcə olaraq jəmləyib, onların sayına bölmək yolu ilə hesablanır.

Əlamətin ayrı-ayrı qiymətlərini (bizim misalda hər bir işçinin əmək haqqı) variant adlandırsaq və onları müvafiq olaraq  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  – lər, orta kəmiyyəti  $\bar{X}$  – lə, topludakı variantların sayını isə  $n$  – lə işarə etsək, sadə hesabi orta kəmiyyətin düsturunu aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\bar{X}_{hes} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$$

Üstəqəl (toplama) işarələrini yunan hərfi olan  $\Sigma$  («siqma») ilə əvəz etsək sadə hesabi orta kəmiyyətin düsturunu ümumi şəkildə aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\bar{X}_{hes} = \frac{\sum X}{n}$$

Sadə hesabi orta kəmiyyətdən topluda hər variantda bir dəfə və ya bərabər sayda rast gəldikdə, başqa sözlə, variantların tezlikləri (çəkili) eyni olduqda istifadə edilir.

Topluda əlamətin ayrı-ayrı qiymətləri qeyri-bərabər sayda təkrarlandıqda isə çəkili hesabi orta kəmiyyətdən istifadə olunur. Bunu şərti misalla izah edək. Tutaq ki, işçilərin əmək haqqı barədə aşağıdakı məlumat verilmişdir (jədvəl 8.1.)

Jədvəl 8.1

Orta aylıq əmək haqqına görə işçilərin qruplaşdırılması

|   |     |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| İşçilərin orta aylıq nominal əmək haqqı (manat) | 220 | 230 | 270 | 280 | 300 |
| İşçilərin sayı                                  | 2   | 3   | 5   | 4   | 2   |

8.1. jədvəlindəki məlumatlardan görünür ki, iki işçinin hər biri 220, 3 işçinin hər biri 230, 5 işçinin hər biri 270, 4 işçinin hər biri 280, 2 işçinin hər biri isə 300 manat əmək haqqı almışdır. Deməli, topluda 220 rəqəmi 2 dəfə, 230 rəqəmi 3 dəfə, 270 rəqəmi 5 dəfə, 280 rəqəmi 4 dəfə, 300 rəqəmi isə 2 dəfə təkrarlanır. Başqa sözlə, hər variantın müxtəlif tezliyi var. Odur ki, bir işçinin orta əmək haqqını hesabladıqda sadə hesabi orta kəmiyyətin düsturundan istifadə edilə bilməz. Bunun üçün əvvəlcə bütün işçilər üzrə əmək haqqının ümumi məbləğini müəyyən etmək lazımdır. Bu məqsədlə hər qrupda olan işçilərin sayı özünün variantına vurulur, alınan hasillər jəmlənir və əldə edilən nəticə işçilərin sayına bölünməklə nominal orta əmək haqqı hesablanır:

$$\frac{(220 \cdot 2) + (230 \cdot 3) + (270 \cdot 5) + (280 \cdot 4) + (300 \cdot 2)}{2 + 3 + 5 + 4 + 2} =$$

$$= \frac{440 + 690 + 1350 + 1120 + 600}{16} = 262,5 \text{ manat}$$

Tezlikləri  $f$  hərfi ilə işarə etsək çəkili hesabi orta kəmiyyətin düsturunu aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\bar{X}_{hes} = \frac{X_1 f_1 + X_2 f_2 + X_3 f_3 + \dots + X_n f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}$$

Üstəgəl (toplama) işarələrini  $\Sigma$  ilə əvəz etsək çəkili hesabi orta kəmiyyətin düsturunu ümumi şəkildə aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\bar{X}_{hes} = \frac{\sum Xf}{\sum f}$$

Burada:  $X$  – variantları,  $f$  – çəkiləri (tezlikləri) göstərir.

Beləliklə, çəkili hesabi orta kəmiyyəti hesabladıqda hər bir variant öz çəkinə vurulur və özünün xüsusi çəkinə proporsional olaraq orta kəmiyyətin formalaşmasında iştirak edir.

Bəzi hallarda çəkilər mütləq kəmiyyətlə deyil, nisbi kəmiyyətlə (faiz və ya vahidin hissələri şəklində) verilir. Bu zaman düsturda çox da mürəkkəb omlayan dəyişikliklər aparmaqla onu aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\bar{X}_{hes.} = \sum \left( X_i \cdot \frac{f_i}{\sum f_i} \right)$$

Bu düsturda çəki kimi ( $f_i$ ) topludakı ayrı-ayrı üsürlərin (hissələrin, payların) xüsusi çəkisi götürülür.

Çəkili hesabi orta kəmiyyətin hesablanmasını daha yaxşı başa düşmək üçün başqa bir misal nəzərdən keçirək. Tutaq ki, kənd bələdiyyə ərazisində fəaliyyət göstərən fərdi sahibkarlar üzrə dənli bitkilərin məhsuldarlığı və əkin sahəsi haqqında aşağıdakı məlumat verilmişdir (jədvəl 8.2.).

Jədvəl 8.2

**Kənd bələdiyyə ərazisində olan fərdi sahibkarlar üzrə dənli bitkilərin məhsuldarlığı və əkin sahəsi**

| Fərdi sahibkarların adları | Məhsuldarlıq (sent/ha) | Əkin sahəsi (ha) |
|----------------------------|------------------------|------------------|
| Əkinçi                     | 32                     | 40               |
| Gilan                      | 30                     | 25               |
| Mehin                      | 40                     | 20               |
| Hasanoğlu                  | 38                     | 18               |
| Abdallı                    | 34                     | 22               |

Bu məlumatlara əsasən beş sahibkar təsərrüfatı üzrə birlikdə dənli bitkilərin orta məhsuldarlığını hesablamaq lazımdır. Bunun üçün çəkili hesabi orta kəmiyyətin düsturundan istifadə olunmalıdır:

$$\bar{X}_{hes} = \frac{\sum Xf}{\sum f} = \frac{(32 \cdot 40) + (30 \cdot 25) + (40 \cdot 20) + (38 \cdot 18) + (34 \cdot 22)}{40 + 25 + 20 + 18 + 22} =$$

$$= \frac{1280 + 750 + 800 + 684 + 748}{40 + 25 + 20 + 18 + 22} = \frac{4262}{125} = 34,1 \text{ sent / ha}$$

Bu misalda tezliklər müxtəlif olduğuna görə beş fərqli sahibkar təsərrüfatı üzrə orta məhsuldarlıq çəkili hesabi orta kəmiyyətin düsturundan istifadə olunmaqla hesablandı. Tezliklər (bizim misalda əkin sahələri) bərabər olduqda isə orta məhsuldarlığı hesablamaq üçün sadə hesabi orta kəmiyyətin düsturundan istifadə edilə bilər.

Bəzi hallarda variantlar konkret ədədlərlə deyil, interval şəklində verilir. Bu zaman orta kəmiyyəti hesablamaq üçün intervalın ortası götürülür, yəni intervalın aşağı sərhədi ilə yuxarı sərhədi jəmlənir və 2-yə bölünməklə onun qiymətini ifadə edən rəqəm tapılır. Verilmiş məlumatların içərisində açıq intervallı qruplar olduqda intervalın ortası belə müəyyən edilir. Qruplaşdırılmış şəkildə verilmiş məlumatlardan adətən birinci və axırınjı qruplar açıq intervallı olur. Bu zaman birinci qrupun aşağı sərhədi və axırınjı qrupun yuxarı sərhədi aşağıdakı kimi müəyyən edilir: 1) birinci qrupun aşağı sərhədini müəyyən etmək üçün ikinci qrupun yuxarı sərhədi ilə aşağı sərhədi arasında fərq müəyyən edilir, sonra bu fərq birinci qrupun məlum olan yuxarı sərhədindən çıxılmaqla onun aşağı sərhədi tapılır. «Variasiya göstərijiləri» mövzusunda 9.7 jədvəlindəki məlumatlardan istifadə etməklə birinci qrupun aşağı sərhədi belə tapılır:  $120 - 100 = 20$  vahid;  $100 - 20 = 80$ . Deməli, birinci qrupun aşağı sərhədi 80 vahidə bərabərdir. 2) axırınjı qrupun yuxarı sərhədini müəyyən etmək üçün özündən əvvəl gələn qrupun yuxarı sərhədindən aşağı sərhədi çıxılır və fərq müəyyən edilir, sonra bu fərq axırınjı qrupun məlum olan aşağı sərhədinin üzərinə əlavə edilməklə onun yuxarı sərhədi tapılır. Yenə də həmin jədvəldəki məlumatlardan istifadə etməklə axırınjı qrupun yuxarı sərhədi aşağıdakı kimi tapılır:  $200 - 180 = 20$  vahid;  $200 + 20 = 220$  vahid. Deməli, axırınjı qrupun yuxarı sərhədi 220 vahidə bərabərdir. Bu yolla alınan intervalların ortasını göstərən rəqəmlər variant, hər qrupu ifadə edən rəqəmlər isə tezlik adlanır.

### 3. Hesabi orta kəmiyyətin əsas xassələri

Hesabi orta kəmiyyət bir sıra xassələrə malikdir ki, bunlardan istifadə olunması onun hesablanmasını sadələşdirir.

**Birinci xassə:** əlamətin ayrı-ayrı qiymətlərinin hesabi orta kəmiyyətdən kənarlaşması sıfıra bərabərdir –

$$\sum (X - \bar{X}) f = 0$$

Bunu orta aylıq əmək haqqının hesablanmasının təmsalında nəzərdən keçirək (jədvəl 8.3.).

Jədvəl 8.3.

#### İşçilərin orta aylıq əmək haqqı barədə məlumat

| İşçilərin orta aylıq əmək haqqı (manat) | İşçilərin sayı | Əmək haqqının ümumi məbləği (manat) | Orta kəmiyyətdən kənarlaşma | Kənarlaşmanın ümumi məbləği |
|---|----------------|-------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $X$                                     | $f$            | $Xf$                                | $X - \bar{X}$               | $(X - \bar{X})f$            |
| 95                                      | 2              | 192                                 | $95 - 104 = -9$             | -18                         |
| 98                                      | 4              | 392                                 | $98 - 104 = -6$             | -24                         |
| 101                                     | 2              | 202                                 | $101 - 104 = -3$            | -6                          |

|          |    |      |            |     |
|----------|----|------|------------|-----|
| 115      | 3  | 345  | 115-104=11 | +33 |
| 119      | 1  | 119  | 119-104=15 | +15 |
| $\Sigma$ | 12 | 1248 | -          | 0   |

$$\bar{X}_{hes} = \frac{\sum Xf}{\sum f} = \frac{1248}{12} = 104,0 \text{ manat}$$

**İkinji xassə:** orta kəmiyyəti hesablamaq üçün istifadə olunan bütün variantları A ədədi qədər (onları Z-lə işarə edək) artırıdıda və ya azaltdıqda onlardan hesablanan orta kəmiyyət də bir o qədər artır və ya azalır:

$$\bar{Z} = \frac{\bar{X}}{A}$$

**Üçünjü xassə:** əlamət üzrə orta kəmiyyəti hesablamaq üçün istifadə olunan bütün variantları A sabit ədədi qədər artırıdıda və ya azaltdıqda hesablanan orta kəmiyyət də bir o qədər dəfə artır və ya azalır (variantların yeni qiymətlərini Z-lə işarə edək).

Təjribədə A sabit ədədi kimi orta kəmiyyəti hesablayarkən istifadə olunan sıranın ortasındakı variantın qiyməti seçilir,  $X_0$ -la işarə edilir və buna əsasən aşağıdakıları yazmaq olur:

$$\bar{Z} = \bar{X} - X_0 \text{ və ya } \bar{X} = \bar{Z} + X_0$$

Bunların köməyi ilə mürəkkəb ədədlərdən ibarət sıradan daha sadə ədədlərdən ibarət sıraya keçmək mümkün olur.

İkinji və üçünjü xassələrdən istifadə etməklə moment və ya şərti sıfırdan çıxmaq yolu ilə hesabi orta kəmiyyətin hesablanmasını sadələşdirmək olar. İnterval sıralarında intervallar bərabər olduqda bu üsuldən istifadə etmək daha məqsədəuyğundur.

Moment üsulu ilə orta kəmiyyətin hesablanmasını aşağıdakı jədvəldə verilmiş şərti rəqəmlərə əsasən izah edək (jədvəl 8.4.)

**Jədvəl 8.4.**

**Hər hansı bir əlamət üzrə qruplar və tezliklər (çəkilər)**

| Qruplar  | Çəkilər<br>(f) | İntervalın<br>ortası (X) | $\frac{X - a}{i}$ | $\left(\frac{X - a}{i}\right)f$ |
|----------|----------------|--------------------------|-------------------|---------------------------------|
| 10-20    | 1000           | 15                       | -2                | -2000                           |
| 20-30    | 5000           | 25                       | -1                | -5000                           |
| 30-40    | 8000           | 35                       | 0                 | 0                               |
| 40-50    | 4000           | 45                       | +1                | +4000                           |
| 50-60    | 2000           | 55                       | +2                | +4000                           |
| $\Sigma$ | 20000          | -                        | -                 | +1000                           |

Hesablama aparmaq üçün ixtiyari «a» kəmiyyəti kimi tezliyi daha çox olan ( $f=8000$ ) variantın qiymətini ( $X=35$ ) götürək. İntervalın həjmi 10-a bərabərdir. Bunlara əsasən hesablama aparaq və alınan nəticələri 4 və 5-ji qrafalara yazaq:

$$\bar{X} = \frac{\sum \left( \frac{X-a}{i} \right) f}{\sum f} \cdot i + a = \frac{1000}{20000} \cdot 10 + 35 = 0,5 + 35 = 35,5$$

**Dördüncü xassə:** hər bir variantın tezliyini (çəkisini) A ədədi qədər bərabər dəfə artırıqda və ya azaltdıqda onlara əsasən hesablanan orta kəmiyyət dəyişmir. Bütün variantların çəkilərini A ədədi qədər bərabər dəfə azaltsaq yeni çəkilərlə orta kəmiyyətin düsturunu aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\bar{X} = \frac{\sum X \cdot \frac{f}{A}}{\sum \frac{f}{A}} = \frac{\sum Xf}{\sum f}$$

Deməli, çəkilerin azaldılması yolu ilə orta kəmiyyətin hesablanması texnikasını xeyli sadələşdirmək olar. Bunu aşağıdakı şərti misalla izah edək (jədvəl 8.5).

**Jədvəl 8.5.**

**Hər hansı bir əlamət üzrə qruplar və variantlar**

| Qruplar | İntervalın ortası (X) | Çəkilər (f) | Çəkilər 1000 dəfə azaldılmışdır (f) |
|---------|-----------------------|-------------|-------------------------------------|
| 10-20   | 15                    | 1000        | 1                                   |
| 20-30   | 25                    | 5000        | 5                                   |
| 30-40   | 35                    | 8000        | 8                                   |
| 40-50   | 45                    | 4000        | 4                                   |
| 50-60   | 55                    | 2000        | 2                                   |

$$\bar{X} = \frac{(15 \cdot 1) + (25 \cdot 5) + (35 \cdot 8) + (45 \cdot 4) + (55 \cdot 2)}{1 + 5 + 8 + 4 + 2} = \frac{710}{20} = 35,5$$

**Beşinci xassə:** Orta kəmiyyət ayrı-ayrı variantların tezliklərinin (çəkilərinin) mütləq kəmiyyətlərindən deyil, onların arasındakı nisbətdən asılıdır. Ona görə də çəkilerin mütləq qiymətləri əvəzinə variantların vahidin hissələri, yaxud da faizlə ifadə olunan çəkilərini götürmək olar. Məsələn, tutaq ki, toplunun variantları ( $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ ) və bunların hər birinin çəkisinə ( $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ ) əsasən orta kəmiyyəti hesablamaq lazımdır.

$f_1, f_2, f_3$ , və i.a.-dan ibarət tezliklərin hər birinin topludakı bütün tezliklərin jəminə olan nisbəti ayrı-ayrı variantların payını (hissəsini), yaxud da variantların xüsusi çəkisini

(tezliklərini) göstərdiyi üçün  $\frac{f}{\sum f} = p$ , buna əsasən isə

$\bar{X} = X_1P_1 + X_2P_2 + \dots + X_nP_n$  yazmaq olar.

Bu isə çəkilerin (tezliklərin) mütləq qiymətindən nisbi kəmiyyətlərə keçildiyini göstərir.

Hesabi orta kəmiyyətin bu xassəsindən çox mühüm bir nəticə çıxır. Bu, ondan ibarətdir ki, çəkilerin mütləq qiymətləri məlum olmadıqda, lakin onların arasındakı nisbət məlum olduqda bundan çəki (tezlik) kimi istifadə edilə bilər. Məsələn, tutaq ki, iki səhmdar jəmiyyətindən biri hər vahidinin qiyməti 10 manata, digəri isə 15 manata bərabər olan məhsul istehsal edəcəkdir. Lakin bu SJ-dən hər birinin nə qədər məhsul istehsal edəcəyi məlum deyildir. Yalnız ikinci SJ-nin birinci SJ-ə nisbətən 2 dəfə çox məhsul istehsal edə biləcəyi məlumdur. Bu zaman məhsul vahidinin orta qiymətini aşağıdakı kimi hesablamaq olar:

$$\bar{X} = \frac{10 \cdot 1 + 15 \cdot 2}{3} = \frac{40}{3} = 13,33 \text{ manat}$$

Çəkilərin mütləq qiymətləri deyil, onun hər hansı bir qiyməti məlum olduqda da bu qaydadən istifadə olunur. Deməli, bu zaman mütləq qiymətlərin əvəzinə törəmə kəmiyyətlərdən istifadə etmək olar. Məsələn, əgər birinci müəssisədə çalışan işçilərin sayının ikinci müəssisədə çalışan işçilərin sayından 2 dəfə çox olduğu məlumdursa, şərti olaraq belə fərz etmək olar ki, birinci müəssisənin buraxdığı məhsulun həjmi də ikinci müəssisənin buraxdığı məhsulun həjmindən iki dəfə çox olajaqdır.

Xüsusi çəkilər vahidin hissələri şəklində deyil, faizlə verildikdə orta kəmiyyət aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$\bar{X} = \frac{\sum XP}{100}$$

Burada: P – hər bir variantın xüsusi çəkisi (%-lə) deməkdir.

**Altınji xassə:** hesablanmış orta kəmiyyəti topludakı bütün vahidlərin sayına vurduqda alınan ədəd hər variantın öz çəkisinə vurulmasından əldə edilən hasillərin jəminə bərabərdir. Doğrudan da:

$$\bar{X} = \frac{\sum Xf}{\sum f} - i \quad \bar{X} \sum f = \sum Xf \text{ kimi də yazmaq olar.}$$

Bundan təjribədə müxtəlif hesablamalarda geniş istifadə edilir. Belə ki, orta əmək haqqını işçilərin sayına vurduqda əmək haqqı fondu; orta məhsuldarlığı əkin sahəsinə vurduqda ümumi məhsul yığımlı alınır və i.a.

**Yeddinji xassə:** əlamətin ayrı-ayrı qiymətlərinin hesabi orta kəmiyyətdən kənarlaşmalarının kvadratları jəmi onların fərdi qiymətlərinin hər hansı başqa bir kəmiyyətdən kənarlaşmalarının kvadratları jəmindən kiçikdir.

$$\sum (X - \bar{X})^2 < \sum (X - A)^2$$

Hesabi orta kəmiyyətin bu xassəsindən istifadə olunması onun hesablanmasını xeyli asanlaşdırmağa imkan verir.

Bir sıra göstərijiləri hesablamaq üçün aşağıdakı orta kvadrat kəmiyyətlərdən də istifadə olunur:

a) sadə: 
$$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n}}$$

b) çəkili: 
$$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum X^2 f}{\sum f}}$$

Orta kəmiyyətin bu növündən variasiya göstərijilərinin hesablanmasında daha geniş istifadə edilir.

Bununla yanaşı, statistika işləri təjribəsində 3-jü və daha yüksək dərəcədən orta kəmiyyətlərin hesablanması da geniş yayılmışdır. Buna həndəsi orta kəmiyyətin hesablanmasını misal göstərmək olar.

#### 4. Harmonik orta kəmiyyət və onun növləri

Statistika işləri təcrübəsində bəzən elə hallara rast gəlinir ki, ya hesabi orta kəmiyyətin düsturundan istifadə etmək mümkün olmur, yaxud da ona əsasən hesablanan orta kəmiyyət öyrənilən toplunu düzgün səjiyyələndirməyə imkan vermir. Bu, başlıca olaraq məlumatlar variantların çəkilmə (tezliklərə) vurulması şəklində verildikdə olur. Məsələn, tutaq ki, müəssisədə beş istehsal sahəsi vardır və onların hər birində işçilərin orta aylıq əmək haqqı, habelə əmək haqqının ümumi məbləği barədə aşağıdakı məlumatlar verilmişdir (jədvəl 8.6).

Jədvəl 8.6.

**İşçilərin əmək haqqı barədə məlumat**

| Sahələr | Orta aylıq əmək haqqı (man) | Hər sahə üzrə əmək haqqının ümumi məbləği (manat) |
|---------|-----------------------------|---|
| 1       | 125                         | 31250   |
| 2       | 130                         | 30000   |
| 3       | 122                         | 30800   |
| 4       | 128                         | 36400   |
| 5       | 128                         | 38400   |
| Σ       | -                           | 166850  |

8.6 jədvəlindəki məlumatlardan aydın olur ki, variantlar və variantların çəkilmə vurulması nəticəsində alınmış rəqəmlər haqqında məlumat verilmişdir. Lakin çəkilər (tezliklər) məlum deyildir. Əgər çəkilər haqqında da məlumat verilsəydi, onda çəkiləri variantlara vurmaq yolu ilə alınmış hazır rəqəmləri jəmləyib çəkilərin jəminə bölmək, yəni çəkili hesabi orta kəmiyyətin düsturundan istifadə etməklə müəssisə üzrə orta aylıq əmək haqqını müəyyən etmək olardı. Deməli, çəkilər məlum olmadığına görə, əvvəljə onları tapmaq lazımdır.

Gətirdiyimiz misalda çəkilər hər sahə üzrə əmək haqqının ümumi məbləğini həmin sahə üzrə orta aylıq əmək haqqına bölünməklə müəyyən oluna bilər. Başqa sözlə, əvvəljə aşağıdakı əməliyyatlar aparılmalıdır:

$$\begin{aligned}
 31250:125 &= 250 \text{ nəfər} \\
 30000:130 &= 230 \text{ nəfər} \\
 30800:122 &= 253 \text{ nəfər} \\
 36400:128 &= 284 \text{ nəfər} \\
 38400:128 &= 300 \text{ nəfər}
 \end{aligned}$$

---


$$\text{Jəmi: } 1317 \text{ nəfər}$$

Deməli, müəssisədə işləyən işçilərin birlikdə aldıkları aylıq əmək haqqının ümumi məbləği 166850 manat olmuşdur (8.6 jədvəlindəki axırıncı qrafanın yekunu). Bu məbləği işçilərin sayına bölməklə müəssisə üzrə bir işçinin orta aylıq əmək haqqını hesablamış oluruq:

$$166850 \text{ manat}:1317=127 \text{ manat}$$

Göründüyü kimi, əlavə hesablama aparmadan ilkin məlumatlara əsasən orta göstərijini müəyyən etmək üçün hesabi orta kəmiyyətin düsturundan istifadə etmək olmaz.

Daha əyani olsun deyə başqa bir misal gətirək: tutaq ki, iki işçinin hər biri 10 saat işləmişdir. Bunlardan biri hər məmulatın hazırlanmasına 30 dəqiqə, digəri isə 20 dəqiqə sərf etmişdir. Bir məmulatın hazırlanmasına orta hesabla nə qədər vaxt sərf olunduğunu hesablamaq lazımdır. Bunu sadə hesabi orta kəmiyyət kimi hesablasaq bir məmulatın istehsalına orta hesabla 25 dəqiqə sərf olunduğu məlum olacaqdır.

$$(30+20):2=25 \text{ dəq.}$$

Lakin bu jür hesablama düzgün deyildir. Bunun düzgün olmadığını aşağıdakı kimi

yoxlamaq olar. Birinci işçi hər məmulatın istehsalına 30 dəqiqə vaxt sərf etməklə bir saatda 2, 10 saatda isə 20 ədəd məmulat, ikinci işçi bir saatda 3, 10 saatda isə 30 ədəd məmulat istehsal etmişdir. İşçilərin sərf etdikləri vaxt 1200 adam-dəqiqə (10 saat x 2 nəfər x 60 dəqiqə = 1200 adam-dəqiqə) təşkil edir. Deməli, iki işçi birlikdə 50 ədəd məmulat istehsal etmiş və buna 1200 adam-dəqiqə sərf olunmuşdur.

Buradan da orta kəmiyyəti hesabladıqda onun 25 dəqiqəyə deyil, 24 (1200 adam-dəqiqə:50=24) dəqiqəyə bərabər olduğu məlum olur. Bu harmonik orta kəmiyyətin tərs qiymətini göstərir.

Məlumdur ki, tərs ədədlər dedikdə, vahidin həmin ədədə bölünməsindən əldə edilən ədəd nəzərdə tutulur. Bizim misalda tərs ədədlərdən hesablanan hesabi orta kəmiyyət

$$\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{20}\right) : 2 = 0,0416$$

bərabərdir. 0,0416-nın tərs ədədi 24-dür.

Harmonik orta kəmiyyət sadə və çəkili olur. Sadə harmonik orta kəmiyyətin düsturu aşağıdakı kimidir:

$$\bar{X}_{har} = \frac{1}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \dots + \frac{1}{X_n}} = \frac{1}{\sum \frac{1}{X}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{X}}$$

Burada:  $\sum \frac{1}{X}$  - tərs ədədlərin jəmini.  $n$  - variantların sayını göstərir.

Çəkilər eyni olmadıqda isə çəkili harmonik orta kəmiyyətin aşağıdakı düsturundan istifadə olunur.

$$\bar{X}_{hap} = \frac{1}{\frac{1}{X_1}M_1 + \frac{1}{X_2}M_2 + \frac{1}{X_3}M_3 + \dots + \frac{1}{X_n}M_n} = \frac{1}{\sum \frac{1}{X}M} = \frac{\sum M}{\sum \frac{1}{X}M}$$

8.6 jədvəlində əmək haqqı barədə verilən məlumatlardan istifadə etməklə, harmonik orta kəmiyyəti hesablayaq:

$$\bar{X}_{hap} = \frac{31250 + 30000 + 30800 + 36400 + 38400}{\frac{31250}{125} + \frac{30000}{130} + \frac{30800}{122} + \frac{36400}{128} + \frac{38400}{128}} = \frac{166850}{1317} \approx 127 \text{ man}$$

Deməli, bir işçinin orta aylıq əmək haqqı 127 manat olmuşdur.

## 5. Xronoloci və həndəsi orta kəmiyyətlər

Bəzi hallarda dinamika sıraları üzrə orta səviyyənin hesablanması zəruriliyi meydana çıxır. Lakin moment və interval dinamika sıralarında orta səviyyənin hesablanması bir-birindən fərqlənir. Belə ki, interval dinamika sıraları üzrə orta səviyyəni müəyyən etmək üçün sadə hesabi orta kəmiyyətin düsturundan istifadə olunur.

Moment dinamika sıralarında isə orta səviyyə tamamilə başqa üsulla müəyyən edilir. Bu, onun xüsusiyyətləri ilə əlaqədardır. Moment dinamika sıralarında orta səviyyənin hesablanmasını şərti misalla izah edək. Tutaq ki, hər ayın əvvəlinə əhalinin banklarda olan əmanət qalığı haqqında aşağıdakı məlumatlar verilmişdir (mln. man). (jədvəl 8.7.).

Jədvəl 8.7

Əhalinin banklarda olan əmanət qalığı

(ayın əvvəlinə, mln. manat)

| Yanvar | Fevral | Mart | Aprel | May | İyun | İyul |
|--------|--------|------|-------|-----|------|------|
| 200    | 210    | 220  | 226   | 230 | 240  | 260  |

Moment dinamika sıralarının səjiyyəvi jəhəti ondan ibarətdir ki, hər sonrakı göstəriji tamamilə və ya qismən əvvəlki göstəriji özündə əks etdirir. Belə ki, bankda olan əmanət qalığı haqqında martın 1-nə olan məlumatı (220 mln.manat) fevralın 1-nə olan məlumat da (210 mln.manat) daxildir. Bu iki göstəriji jəmlədikdə təkrar uçotaalma olur ki, bu da rəqəmlərin şişirdilməsi deməkdir. Başqa sözlə, fevralın 1-nə olan 210 rəqəmi ilə martın 1-nə olan 220 rəqəmini jəmlədikdə 430 alınır. Aydınır ki, fevralın axırına bankda əmanət qalığının 430 mln. manata bərabər olduğunu demək düzgün deyildir. Çünki əmanət qalığı haqqında martın 1-nə olan məlumatın içərisində fevralın 1-nə olan məlumat da vardır. Ona görə də hər ay üzrə əmanətin orta qalığını hesablamaq lazım gəlir. Sıranın göstərijlərini  $X$ -lə işarə etsək  $X_1=200$ ,  $X_2=210$ ,  $X_3=220$ ,  $X_4=226$ ,  $X_5=230$ ,  $X_6=240$ ,  $X_7=260$  olajaq və əmanətin orta aylıq qalığı belə hesablanajaqdır (mln. manat).

Yanvar ayı üzrə

$$\text{Fevral ayı üzrə} \quad \frac{X_2 + X_3}{2} = \frac{210 + 220}{2} = \frac{430}{2} = 215$$

$$\text{Mart ayı üzrə} \quad \frac{X_1 + X_2}{X_3 + X_4} = \frac{200 + 210}{220 + 226} = \frac{410}{446} = 205$$
$$\frac{205}{2} = 223$$

$$\text{Aprel ayı üzrə} \quad \frac{X_4 + X_5}{2} = \frac{226 + 230}{2} = \frac{456}{2} = 228$$

$$\text{May ayı üzrə} \quad \frac{X_5 + X_6}{2} = \frac{230 + 240}{2} = \frac{470}{2} = 235$$

$$\text{İyun ayı üzrə} \quad \frac{X_6 + X_7}{2} = \frac{240 + 260}{2} = \frac{500}{2} = 250$$

Hesablama nətiyəsində əldə edilmiş məlumatları sadə hesabi orta kəmiyyətin düsturunda yerinə yazmaqla əhalinin banklarda olan orta əmanət qalığını müəyyən edək:

$$\bar{X}_{hes} = \frac{205 + 215 + 223 + 228 + 235 + 250}{6} = \frac{1356}{6} = 226 \text{ mln. man}$$

Yarım ilin əvvəlinə və axırına olan məlumatdan istifadə etməklə yarım il üzrə orta əmanət qalığını sadə hesabi orta kəmiyyətin düsturu ilə də hesablamaq olardı.

Lakin belə hesablama əksəriyyət hallarda düz olmur. Çünki öyrənilən dövr ərzində sıranın səviyyələri qeyri-bərabər dəyişə bilər.

Yarım il üzrə orta əmanət qalığını aşağıdakı kimi hesablamaq daha düzgündür:

$$\bar{X} = \frac{\frac{X_1 + X_2}{2} + \frac{X_2 + X_3}{2} + \frac{X_3 + X_4}{2} + \frac{X_4 + X_5}{2} + \frac{X_5 + X_6}{2} + \frac{X_6 + X_7}{2}}{7-1} =$$
$$= \frac{205 + 215 + 223 + 228 + 235 + 250}{6} = \frac{1356}{6} = 226 \text{ mln. man}$$

Beləliklə, əmanətlərin yarım illik orta qalığı 230 mln. manata deyil, 226 mln. manata bərabərdir.

Gətirdiyimiz misaldakı rəqəmdən görüldüyü kimi, sıranın birinci və axırınçı göstərijilərinin ( $X_1$  və  $X_n$ ) hər biri hesablamada bir dəfə, qalan göstərijilər isə iki dəfə iştirak edir. Ona görə də düsturu aşağıdakı kimi də yazmaq olar:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + 2X_2 + 2X_3 + \dots + 2X_{n-1} + X_n}{2(n-1)}$$

Düsturun həm surətini, həm də məxrəjini 2-yə böldükdə o aşağıdakı şəkli alır:

$$\frac{X_1}{2} + X_2 + X_3 + \dots + X_{n-1} + \frac{X_n}{2}$$

Bu, xronoloji orta kəmiyyətin düsturudur. 8.7. jədvəlində gətirdiyimiz misaldakı rəqəmlərdən istifadə etməklə əmanətlərin orta qalığını bu düsturla müəyyən edək:

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{\frac{200}{2} + 210 + 220 + 226 + 230 + 240 + \frac{260}{2}}{7-1} = \\ &= \frac{100 + 210 + 220 + 226 + 230 + 240 + 130}{6} = \frac{1356}{6} = 226 \text{ mln. man} \end{aligned}$$

Lakin qeyd etmək lazımdır ki, bu düsturdan tarixlər arasındakı fasilə (müddət) bərabər olduqda istifadə edilir. Tarixlər arasındakı müddət bərabər olmadıqda isə çəkili hesabi orta kəmiyyətin düsturundan istifadə etmək lazımdır.

Dinamika sıralarını təhlil edərkən müxtəlif göstərijilər hesablanır ki, bunlardan daha çox istifadə olunanları orta artım və orta əlavə artım sürətləridir. Bu göstərijiləri müəyyən etmək üçün hesabi orta kəmiyyətin düsturundan istifadə etmək olmaz. Çünki illər üzrə hesablanmış artım sürətlərini jəmləməyin heç bir iqtisadi mənası yoxdur. Ona görə də uzunmüddətli dövr (məsələn, 5, 10, 15 il və s.) üzrə orta artım və orta əlavə artım sürətini hesabladıqda həndəsi orta kəmiyyətin düsturlarından istifadə olunur:

1) Həndəsi orta kəmiyyət də iki yerə bölünür:

a) sadə:

$$\bar{X} = \sqrt[n]{\mathcal{R}_1 \cdot \mathcal{R}_2 \cdot \mathcal{R}_3 \dots \mathcal{R}_n} = \sqrt[n]{\prod \mathcal{R}_n} \quad (1)$$

$$\text{və ya } \bar{X} = \sqrt[n-1]{\frac{S_n}{S_1}} \quad (2)$$

b) çəkili:

$$\bar{X} = \sqrt[f]{(\mathcal{R}_1)^{f_1} \cdot (\mathcal{R}_2)^{f_2} \cdot (\mathcal{R}_3)^{f_3} \dots (\mathcal{R}_n)^{f_n}} = \sqrt[f]{\prod (\mathcal{R}_n)^{f_i}} \quad (3)$$

Birinci düsturda  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  və i-a. artım əmsallarını, ikinci düsturda  $S_n$  sıradakı axırınçı,  $S_1$  başlanğıc səviyyəni,  $n$  isə səviyyələrin sayını göstərir.

Birinci düsturdan zənjirvari qaydada hesablanmış artım əmsalları haqqında məlumat olduqda istifadə edilir. Ona görə də 1-ji düsturdan istifadə etmək üçün əvvəlcə verilmiş məlumatlara əsasən zənjirvari üsulla artım əmsallarını hesablamaq lazımdır. 2-ji düsturdan isə artım əmsallarını hesablamaqdan istifadə etmək olar. Bu düsturda kökün üstünün  $n-1$  götürülməsi onunla əlaqədardır ki, hesablanmış artım (azalma) əmsallarının sayı həmişə sıradakı göstərijilərin sayından bir əskik olur.

Beləliklə, nəzərdən keçirilən orta kəmiyyətlərin hamısı (həndəsi və xronoloji orta kəmiyyətlərdən başqa) dərəcəli orta kəmiyyət ( $K$ -nin qiymətləri müxtəlif olmaqla) adlanır və aşağıdakı ümumi düsturla ifadə olunur:

$$\bar{X} = \frac{\sum X^k f}{\sum f}$$

Burada:  $\bar{X}$  - öyrənilən əlamət üzrə orta kəmiyyəti;

$X$  – orta kəmiyyəti hesablamaq üçün istifadə olunan variantları;

$f$  - variantların hər birinin tezliyini (çəkisini) göstərir.

Bunlarla yanaşı, statistika işləri təjribəsində struktur üzrə orta kəmiyyətlərdən də istifadə olunur.

Bunlara moda və mediananı misal göstərmək olar<sup>1</sup>

---