VARİASİYA GÖSTƏRİJİLƏRİ

Plan

1. Topluda əlamətin variasiyası və onun öyrənilməsinin əhəmiyyəti
2. Bölgünün (paylanmanın) orta göstəriciləri və onların hesablanması qaydaları
3. Variasiya göstərijiləri və onların hesablanması üsulları
4. Qruplara bölünmüş topluda dispersiyanın növləri və onların cəmlənməsi qaydası

1. Topluda əlamətin variasiyası və onun öyrənilməsinin əhəmiyyəti

Sosial-iqtisadi hadisə və prosesləri səjiyyələndirən statistik topludakı vahidlər müxtəlif səbəblərin təsiri ilə bir-birindən kənarlaşır. Statistikada bunlara amil deyilir. Bu amillər bəzi hallarda əks istiqamətdə fəaliyyət göstərir və bir-birindən fərqlənir. Lakin qarşıda duran başlıja vəzifə onların içərisindən mühüm olan və mühüm olmayan amilləri seçməkdən ibarətdir. Məsələn, məlum olduğu kimi, ali məktəblərdə tələbələrin imtahan sessiyasında aldıqları qiymətlər bir-birinə uyğun gəlmir. Bu, onunla əlaqədardır ki, tələbələrin oxumağa, bilik əldə etməyə münasibətləri, başlıjası isə qabiliyyətləri eyni deyildir. Onların sosial-məişət şəraitlərində də fərqlər vardır. Tələbələrin aldıqları qiymətlərə təsadüfi səbəblər də (məsələn, xəstələnmə halları) təsir göstərə bilər.

Mühüm amillərin təsiri nətijəsində meydana çıxan dəyişmələr (variasiyalar) daimi xarakter daşıyır. Və bunlara daimi variasiya (dəyişmə) deyilir. Daimi dəyişmələrdə hadisə və əlamətlər arasında meydana çıxan qarşılıqlı əlaqələrdə amillərdən biri səbəb (faktor), digəri isə nətijə amili olur. Başqa sözlə, hər hansı bir əlamətin dəyişməsi bir və ya bir neçə digər əlamətin dəyişməsindən asılı olur.

Təsadüfi amillərin təsiri ilə baş verən dəyişmə təsadüfi variasiya adlanır. Burada bütün dəyişmələr təsadüfi və müvəqqəti xarakter daşıyır.

Həm mühüm, həm də mühüm olmayan amillərin ikisinin birlikdə təsiri ilə baş verən dəyişmələrə isə ümumi variasiya deyilir. Deməli, ümumi variasiya daimi və təsadüfi dəyişmələrin təsiri nətijəsində formalaşır. Lakin əlamətlər arasında möhkəm əlaqələr olduqda daimi dəyişmələr əvvəl-axır təsadüfi dəyişmələrin təsiri ilə asılı əlamətin variasiyasına yol açır və özünü büruzə verir. Bunu 9.1. jədvəlindəki şərti misaldan da aydın görmək olar

Jədvəl 9.1.

45 yaşadək olan qadınların doğduqları oğlan uşaqlarının xüsusi çəkisi[1]

Qadınların yaşı, il	20-dən aşağı	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44
Hər 1000 nəfər qız uşağına düşən oğlan uşaqlarının sayı	1057	1054	1051	1046	1044	1035

[1]Р.А.Шмойлова и др. Теория Статистики. М., «Финансы и статистика», 2008, с.215

9.1 cədvəlindəki rəqəmlər şərti olsa da, bunlara əsasən çıxarılan nəticələrin çox böyük nəzəri və təcrübi əhəmiyyəti vardır. Cədvəldəki məlumatlardan göründüyü kimi, yeni doğulanların içərisində oğlan uşaqlarının xüsusi çəkisi ananın yaşından asılıdır. Burada asılı əlamətin daimi dəyişkənliyi müşahidə olunur. Hər iki əlamət, yəni qadınların yaşı və doğulan oğlan uşaqlarının xüsusi çəkisi dəyişir. Lakin asılı əlamətin variasiyası səbəb (faktor) əlamətinin variasiyası ilə müqayisədə əks istiqamətə doğru hərəkət edir. Belə ki, qadınların yaşı artdıqca doğulan oğlan uşaqlarının xüsusi çəkisi azalır. Bunu belə də ifadə etmək olar: qadının yaşı artdıqca oğlan uşağının doğulma ehtimalı nə qədər azalırsa, qız uşaqlarının doğulma ehtimalı da bir o qədər artır.

Variasiyanın mövcudluğu onun ölçülməsi, həcmini səciyyələndirən göstəricilərin müəyyənləşdirilməsi, habelə onlara təsir edən amillərin mahiyyəti və hesablanması metodlarının aşkara çıxarılması vəzifələrini qarşıya qoyur.

Sosial-iqtisadi hadisələrin variasiyası müxtəlif cəhətlərdən – toplunun eynitipliliyi, əlamətin fərdi qiymətlərinin sabitliyi, orta kəmiyyətin səciyyəviliyi, hər hansı bir əlamətlə digər hadisələri ifadə edən əlamətlər arasındakı qarşılıqlı əlaqələr və i.a. – öyrənilə bilər.

Hadisə və proseslərin variasiyasını səciyyələndirən statistik göstəricilərdən təcrübədə, məsələn, sənaye müəssisələrində işlərin ahəngdarlığına qiymət vermək, istehsal prosesləri üzərində nəzarəti həyata keçirmək, müəyyən təbii-iqlim şəraitində hər hansı bir bitki sortunun məhsuldarlığının sabitliyini qiymətləndirmək üçün istifadə olunur. Variasiyaya əsasən sosial-iqtisadi hadisə və prosesləri ifadə edən göstəricilərin – hadisələr və onların arasındakı əlaqələrin sıxlığı, seçmə müşahidəsinin dəqiqliyi göstəriciləri, orta kəmiyyətin etibarlılıq dərəcəsi və i.a. – işlənib hazırlanır, onlar haqqında fikir söylənilir. [2]

Bu fəsildə əsas etibarilə təsadüfi variasiyalar, başqa sözlə, yekcins (eynitipli) topluda kəmiyyət əlamətinin dəyişməsi öyrənilir. Əlamətin qiymətlərinin sayı göstərilməklə, onların toplusuna əlamətin paylanması deyilir. Paylanma variasiya sırası şəklində verilir.[3]

Bəs, statistik topluda əlamətin kənarlaşması dərəcəsi kəmiyyətcə necə qiymətləndirilir, onun variasiyası necə ölçülür?

Qeyd etmək lazımdır ki, öyrənilən əlamətin paylanmasını ifadə edən qanunauyğunluqlara xarakteristika vermək üçün yalnız variasiya sıralarından istifadə olunması və onların qrafiklə təsvir edilməsi ilə kifayətlənmək olmaz. Təhlilin gedişində öyrənilən əlamətlərin paylanmasını ümumiləşdirilmiş şəkildə əks etdirən göstəricilərdən istifadə etmək lazımdır. Bu göstəricilər müqayisə aparmaq üçün olduqca vacibdir.

Bütün variasiya göstəricilərini aşağıdakı qruplara bölmək olar:

1) paylanmanın orta göstəriciləri – hesabi orta kəmiyyət, moda və mediana;

2) variasiya göstəriciləri – variasiya genişliyi, orta xətti kənarlaşma, dispersiya, orta kvadratik kənarlaşma və variasiya əmsalı;

3) paylanma tipi göstəriciləri – struktur və asimmmetriya göstəriciləri, normadançıxma (ekssess) halları.

2. Bölgünün (paylanmanın) orta göstəriciləri və onların hesablanması qaydaları

[2] Бунлар «Сечмя мцшащидяси» мювзусунда ятрафлы нязярдян кечирилир.

[3] Бунлар «Статистик мялуматларын йекунлашдырылмасы вя груплашдырылмасы» мювзусунда нязярдян кечирилир.

Paylanmanın orta göstərijiləri içərisində hesabi orta kəmiyyət ($\overline{X}$) başlıja yer tutur.[4] Məlum olduğu kimi, ilkin məlumatlara əsasən hesablama aparmaq üçün sadə hesabi orta kəmiyyətin aşağıdakı düsturundan istifadə olunur:

$$\overline{X}_{hes} = \frac{\sum X}{n}$$

Sadə hesabi orta kəmiyyətin düsturundan topluda variantlardan hər birinə bir dəfə rast gəlindikdə, başqa sözlə, çəkilər (tezliklər) eyni olduqda istifadə edilir.

Topluda variantların çəkiləri (tezlikləri) müxtəlif olduqda isə hesabi orta kəmiyyətin çəkili düsturundan istifadə olunur:

$$\overline{X}_{hes} = \frac{\sum Xf}{\sum f}$$

Öyrənilən hadisələrin dəyişən əlamətinə ümumiləşdiriji xarakteristika vermək üçün orta kəmiyyətlərlə yanaşı, moda və medianadan da istifadə olunur. Lakin qeyd etmək lazımdır ki, həmişə bunlar orta kəmiyytlərə uyğun gəlmir. Moda və mediana hesabi və harmonik orta kəmiyyətə variantlar simmetrik bölündükdə onlar sıranın ortasındakı ədəddən bərabər məsafədə yerləşdikdə uyğun gəlir.

Moda əlamətin topluda daha çox rast gəlinən kəmiyyətinə deyilir. Diskret variasiya sıralarında modanı heç bir hesablama aparmadan müəyyən etmək olar. Bunun üçün variasiya sırasında daha çox rast gəlinən tezliyi və ona uyğun gələn variantı axtarıb tapmaq kifayətdir. Məsələn, tutaq ki, işçilər növbə ərzində istehsal etdikləri məhsulun miqdarına görə aşağıdakı qruplara bölünmüşdür (jədvəl 9.2.).

[4] Бунлар «Орта кямиййятляр» мювзусунда ятрафлы нязярдян кечирилир.

Jədvəl 9.2.

Növbə ərzində istehsal edilmiş məhsulun miqdarı

Məhsulun miqdarı, min ədəd	4	5	6	7	8	9	10
İşçilərin sayı	2	6	10	15	7	5	3

Bu misalda dəyişən əlamət istehsal edilən məhsulun miqdarı, tezlik (çəki) isə işçilərin sayıdır.

Burada moda tezliyi ən çox olan kəmiyyətin, yəni 15-in qarşısındakı 7 rəqəmi olajaqdır.

İntervalla verilmiş variasiya sıraları üçün modanın müəyyən edilməsi bir qədər mürəkkəbdir. Bunun üçün aşağıdakı düsturdan istifadə olunur:

$$M_0 = X_0 + i\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}$$

Burada M_0 – modanı, X_0 – tezliyi daha çox olan ədədin qarşısındakı intervalla verilmiş qrupun aşağı sərhədini, i – intervalın həjmini, Δ_1 – tezliyi daha çox olan ədədlə ondan əvvəl gələn ədəd arasındakı fərqi, Δ_2 isə tezliyi daha çox ədədlə ondan sonra gələn ədəd arasındakı fərqi göstərir. İntervalla verilmiş variasiya sıraları üçün modanın hesablanmasını aşağıdakı şərti məlumatlara əsasən izah edək (jədvəl 9.3.).

Jədvəl 9.3.

Əmək haqqına görə işçilərin qruplaşdırılması

Aylıq əmək haqqına görə işçi qrupları (man)	İşçilərin sayı
90-100	75
100-110	70
110-120	85
120-130	90
130-140	45
140-150	20
150-160	15
Yekunu	400

Yuxarıdakı düsturdan istifadə etməklə modanı hesablayaq:

$$M_0 = 120 + 10\frac{5}{5+45} = 120 + 10\frac{5}{50} = 121\,manat$$

İntervallar qeyri-bərabər olduqda, əvvəljə sıranı bərabər intervallı vəziyyətə gətirmək, sonra isə hesablama aparmaq lazımdır.

Artan və ya azalan qaydada düzəldilmiş bölgü sırasının ortasındakı ədəd mediana adlanır. Mediana sıranı yarı bölür. Diskret variasiya sıralarında ədədlərin sayı tək olduqda mediananın yerini müəyyən etmək üçün onun üzərinə vahid əlavə edib alınan nətijəni yarıya bölmək lazımdır. Bunu aşağıdakı kimi ifadə etmək olar:

$$Me = \frac{n+1}{2}$$

Burada: n – sıradakı ədədlərin sayını göstərir.

Bunu, 7 işçinin aylıq əmək haqqı barədə verilmiş aşağıdakı şərti məlumatlara əsasən izah edək (manatla): 250, 257, 259, 270, 271, 275, 278. Düsturda rəqəmləri yerinə yazmaqla medianının yerini müəyyən edək:

$$Me = \frac{7+1}{2} = 4$$

Bu o deməkdir ki, mediana sırada 4-jü yerdə duran ədəd, yəni 270 manatdır. Buna əsasən belə bir nətijə çıxarmaq olar ki, işçilərin yarısı 270 manatdan az, yarısı isə 270 manatdan çox əmək haqqı almışdır.

Sıradakı ədədlərin sayı jüt olduqda mediana sıranın ortasındakı iki ədəddən hesablanan orta kəmiyyətə bərabər olur. Məsələn, tutaq ki, operator 12 inəyin hər birindən gün ərzində aşağıdakı miqdarda süd sağmışdır (kq-la): 4, 6, 7, 8, 10, 11,13, 14, 15,17, 18, 20. Med891ananın yeri belə müəyyən edilir: (12+1):2=6,5. Deməli, mediana 6-jı variantla 7-ji variantın, yəni 11-lə 13-ün arasında yerləşir və 12 kq-a (11+13):2 bərabərdir.

İntervalla verilmiş bölgü sıraları üçün mediana aşağıdakı düsturla müəyyən edilir:

$$M_e = X_0 + i\frac{\frac{1}{2}\sum f - S_{m-1}}{fm}$$

Burada: M_e – medianı, X_0 – mediana intervalının aşağı sərhədini, i – intervalın həjmini, Σf – sıradakı tezliklərin jəmini; fm – mediana intervalının tezliyini göstərir.

İntervalla verilmiş sıranın məlumatlarına əsasən medianının hesablanmasını misalla izah edək. Tutaq ki, işçilər orta aylıq əmək haqqına görə aşağıdakı qruplara bölünmüşdür (jədvəl 9.4).

Jədvəl 9.4.

İşçilərin orta aylıq əmək haqqına görə qruplaşdırılması

Orta aylıq əmək haqqına görə işçi qrupları (man)	İşçilərin sayı	Tezliklərin artan yekunu
90-100	75	75
100-110	70	145
110-120	85	230
120-130	90	320
130-140	45	365
140-150	20	385
150-160	15	400
Yekunu	400	–

Medianı hesablamaq üçün hər şeydən əvvəl onun (medianın) intervalını tapmaq lazımdır. Bu, birinjidən başlayaraq bütün tezliklərin jəminin yarısından çox olan tezliyə qədərki tezlikləri (özü də daxil olmaqla) jəmləmək yolu ilə müəyyən edilir.

Gətirdiyimiz misalda tezliklərin jəminin yarısı 200-ə (400:2), ondan böyük olan ən yaxın tezlik isə 230-a (75+70+85) bərabərdir. Deməli, mediana variantı 110 manatdan 120 manatadək olan əmək haqqıdır. Buradan da: X_0=110, i=10 (120-110; 140-130 və s); S_{m-1}=145(75+70), f=85 olajaqdır.

Düsturda rəqəmləri yerinə yazmaqla hesablama aparaq:

$$M_e = 110 + 10\frac{200-145}{85} = 116{,}47\ man$$

Moda, mediana və hesabi orta kəmiyyət arasındakı nisbət topluda əlamətin paylanmasını göstərir və onun asimmetriyasını[5] qiymətləndirməyə imkan verir.

Simmetrik paylanmalarda üç qrupa bölünmüş variasiya göstərijiləri demək olar ki, bir-birinə uyğun gəlir. Moda ilə hesabi orta kəmiyyət arasındakı kənarlaşma nə qədər çox olarsa, sıranın asimmetriyası da bir o qədər böyük olur. Sadə (mötədil) asimmetriya sıralarında moda ilə orta kəmiyyət arasındakı fərq mediana ilə orta kəmiyyət arasındakı fərqdən təqribən üç dəfə böyük olur:

[5] Асимметрийа – симметрийасыз, уйьунсуз, уйьун олмайан демякдир.

$$/Mo-\overline{X}/=3/Me-\overline{X}/$$

3. Variasiya göstərijiləri və onların hesablanması üsulları

Statistikada orta kəmiyyətlərlə yanaşı, orta kəmiyyətlərdən kənarlaşmaların öyrənilməsinin də çox böyük nəzəri və əməli əhəmiyyəti vardır. Həm də qeyd etmək lazımdır ki, topludakı iki kənar həddin bir-birindən kənarlaşmasının öyrənilməsi kifayət deyildir. Çünki orta kəmiyyətin, toplunu düzgün səjiyyələndirməsi xeyli dərəjədə kənarlaşmaların həjmi və bölgüsündən asılıdır. Bunu variantları eyni, tezlikləri (çəkiləri) isə müxtəlif olan iki misalın köməyi ilə aydınlaşdıraq (jədvəl 9.5).

Jədvəl 9.5

Tezlikləri (çəkiləri) müxtəlif olan iki variasiya sırası üzrə orta kəmiyyətin hesablanması

Misal 1			Misal 2		
X	*f*	*Xf*	*X*	*f*	*Xf*
2	1	2	2	30	60
3	5	15	3	20	60
4	30	120	4	10	40
5	60	300	5	50	250
6	30	180	6	10	60
7	5	35	7	20	140
8	1	8	8	30	240
Σ	132	660	Σ	170	850

Bu məlumatlara əsasən hər misal üzrə ayrılıqda orta kəmiyyəti hesablayaq:

$$X_1 = \frac{\sum Xf}{\sum f} = \frac{660}{132} = 5 \ \ vahid$$

$$X_2 = \frac{\sum Xf}{\sum f} = \frac{850}{170} = 5 \ \ vahid$$

Göründüyü kimi, hər iki misalda orta göstəriji eyni, orta kəmiyyətlərdən kənarlaşmalar isə müxtəlifdir. Belə ki, birinji misalda topludakı 132 vahiddən 120(30+60+30) və ya 91%-i orta kəmiyyətdən demək olar ki, ya kənarlaşmır, yaxud da çox az (jəmi bir vahid) kənarlaşır. İkinji misalda isə vəziyyət tamamilə başqa jürdür. Belə ki, topludakı 170 vahiddən 70(10+50+10) və ya41%-i orta kəmiyyətdən ya kənarlaşmır, yaxud da çox az (jəmi bir vahid) kənarlaşır. Buradan aydın olur ki, ikinji misala nisbətən birinji misalda orta göstəriji daha etibarlıdır. Əgər ikinji misalda olduğu kimi, əlamətin ayrı-ayrı qiymətləri orta kəmiyyətdən kəskin surətdə uzaqlaşırsa, bu ümumiləşdirilən variasiyanın daha çox müxtəlif şərtlərin təsiri altında, öyrənilən toplunun az yekjins, orta kəmiyyətin isə etibarsız olduğunu göstərir.

Əlamətin qiymətlərinin dəyişməsini hesablamaq üçün aşağıdakı göstərijilərdən istifadə olunur: 1) variasiya genişliyi; 2) orta xətti kənarlaşma; 3) orta kvadrat kənarlaşma və ya dispersiya; 4) orta kvadratik kənarlaşma; 5) variasiya əmsalı.

Variasiya genişliyi əlamətin dəyişməsinin ən sadə ölçüsü olmaqla, onun ən böyük qiymətindən ən kiçik qiymətini çıxmaq yolu ilə hesablanır. Variasiya genişliyi R hərfi ilə işarə olunur və aşağıdakı düsturla müəyyən edilir:

$$R=X_{max}-X_{min}$$

Burada – X_{max} – əlamətin ən böyük qiymətini; X_{min} – əlamətin ən kiçik qiymətini göstərir.

Variasiya genişliyindən iqtisadiyyatda və texnikada qabaqjıl və geridə qalan müəssisələrin işindəki müxtəliflik, yaxud da əmtəələrin saxlanmasının minimum və maksimum müddətləri barədə mühakimə yürütmək üçün istifadə olunur.

Lakin bu göstəriji həm nəzəri, həm də əməli əhəmiyyətə malik olsa da, onun bir əsas nöqsanı vardır. Bu, ondan ibarətdir ki, o, əlamətin iki kənar qiymətindən hesablanır və deməli, variasiyanın kəmiyyəti barədə düzgün olmayan təsəvvür verə bilər. Buna görə də əlamətin dəyişməsini onun bütün qiymətləri nəzərə alınmaqla hesablanan göstəriji daha düzgün əks etdirir. Belə göstərijilərdən biri orta xətti kənarlaşmadır.

Orta xətti kənarlaşma sadə və çəkili ola bilər. Sadə orta xətti kənarlaşmanın düsturu aşağıdakı kimidir:

$$\bar{d} = \frac{\sum\left|X - \bar{X}\right|}{n}$$

Burada – $\bar{d}$ – orta xətti kənarlaşmanı, X – variantın konkret qiymətini, $\bar{X}$ – variantın orta qiymətini, n – variantların sayını göstərir.

Sadə orta xətti kənarlaşma aşağıdakı ardıjıllıqla hesablanır:

1)Sadə hesabi orta kəmiyyətin düsturundan istifadə etməklə ($\bar{X}_{hes} = \frac{\sum X}{n}$) əlamətin orta qiyməti (orta kəmiyyəti) müəyyən edilir;

2) Hər bir variant ilə orta kəmiyyət arasındakı kənarlaşma tapılır (X-$\bar{X}$);

3) Kənarlaşmaların mütləq kəmiyyəti (modulu) götürülür, jəmlənir və variantların sayına bölünür.

$$\frac{\sum\left|X - \bar{X}\right|}{n}$$

Variasiya genişliyi və orta xətti kənarlaşmanın hesablanmasını işçilərin növbə ərzində istehsal etdikləri məhsulun miqdarı haqqında aşağıdakı jədvəldə verilmiş şərti məlumatlara əsasən izah edək (jədvəl 9.6). Bu məqsədlə əvvəljə orta kəmiyyəti hesablayaq.

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{125}{5} = 25$$

Jədvəl 9.6.

Növbə ərzində istehsal edilmiş məhsulun miqdarı

İşçilərin sıra nömrəsi	Növbə ərzində məhsul istehsal edilmişdir (ədədlə) X	Orta kəmiyyətdən kənarlaşmalar $X - \bar{X}$	Kənarlaşmaların mütləq qiyməti (modulu) $\left\|X - \bar{X}\right\|$
1	21	21-25=-4	4
2	22	22-25=-3	3
3	24	24-25=-1	1
4	28	28-25=+3	3
5	30	30-25=+5	5
Σ	125	0	16

Bu məlumatlara əsasən variasiya genişliyini və sadə orta xətti kənarlaşmanı hesablayaq:

$$R = X_{max} - X_{min} = 30 - 21 = 9 \text{ ədəd}$$

$$\bar{d} = \frac{\left|X - \bar{X}\right|}{n} = \frac{16}{5} = 3{,}2$$

Variantların tezliyi qeyri-bərabər olduqda, yəni topluda onlardan hər birinə bir neçə dəfə rast gəlindikdə orta xətti kənarlaşma aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$\bar{d} = \frac{\sum\left[X - \bar{X}\right]f}{\sum f}$$

Bu, çəkili orta xətti kənarlaşmanın düsturudur.

Burada: f – tezlikləri (çəkiləri) göstərir.

Orta xətti kənarlaşma əlamətin dəyişməsini dəqiq əks etdirmir. Çünki onu hesabladıqda hansı kənarlaşmaların - müsbət, yoxsa mənfi işarəli – daha çox olması nəzərə alınmır. Ona görə ki, hesablama kənarlaşmaların mütləq qiymətlərinə əsasən aparılır. Və bu səbəbdən də təjrübədə orta xətti kənarlaşmadan az istifadə olunur.

Əlamətin dəyişməsini orta kvadrat kənarlaşma (dispersiya) və orta kvadratik kənarlaşma daha düzgün əks etdirir. Orta kvadrat kənarlaşma (dispersiya) aşağıdakı düsturla hesablanır:

a) çəkilər (tezliklər) eyni olduqda (sadə)

$$\sigma^2 = \frac{\sum(X - \bar{X})^2}{n}$$

b) çəkilər (tezliklər) müxtəlif olduqda (çəkili)

$$\sigma^2 = \frac{\sum(X - \bar{X})^2 f}{\sum f}$$

Dispersiya ölçüsüz kəmiyyətdir, iqtisadi məzmuna və müstəqil əhəmiyyətə malik deyildir və bundan orta kvadratik kənarlaşmanı hesablamaq üçün istifadə olunur.

Tezliklər (çəkilər) müxtəlif olduqda orta kvadratik kənarlaşma aşağıdakı ardıjıllıqla hesablanır:

1) çəkili hesabi orta kəmiyyətin düsturundan istifadə etməklə orta kəmiyyət tapılır.

$$\bar{X}_{hec} = \frac{\sum Xf}{\sum f}$$

2) hər variantdan ayrı-ayrılıqda hesablanmış orta kəmiyyət çıxılır və əldə edilmiş məlumatlar kvadrata yüksəldilir.

$$(X - \bar{X})^2$$

3) kvadrata yüksəldilmiş ədədlər çəkilərə *(f)* vurulur.

$$(X - \bar{X})^2 f$$

4) alınan hasillər jəmlənir və çəkilərin (tezliklərin) jəminə bölünür:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(X - \bar{X})^2 f}{\sum f}$$

Orta kvadrat kənarlaşmadan kök alındıqda orta kvadratik kənalaşma müəyyən edilir.

$$\left(\sigma = \sqrt{\sigma^2}\right)$$

Orta kvadratik kənarlaşma da sadə və çəkili ola bilər.

Sadə orta kvadratik kənarlaşmanın düsturu aşağıdakı kimidir:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X-\overline{X})^2}{n}}$$

Çəkili orta kvadratik kənarlaşmanın düsturu isə belədir:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X-\overline{X})^2 f}{\sum f}}$$

Aşağıdakı jədvəlin məlumatlarından istifadə etməklə, dispersiyanı və orta kvadratik kənarlaşmanı hesablayaq (jədvəl 9.7).

Jədvəl 9.7.

İşçilərin orta aylıq əmək haqqına görə qruplaşdırılması

Əmək haqqı (man)	İşçilərin sayı f	Hesablama nətijəsində əldə edilmiş göstərijilər			
		İntervalın ortası X	Əmək haqqı fondu Xf (man)	$(X-\overline{X})$	$(X-\overline{X})^2 \cdot f$
1	2	3	4	5	6
100-dək	3	90	270	-90,9	24788
100-120	5	110	550	-70,9	25134
120-140	13	130	1690	-50,9	33681
140-160	16	150	2400	-30,9	15277
160-180	76	170	12920	-10,9	9030
180-200	142	190	26980	9,1	11759
200-dən yuxarı	45	210	9450	29,1	38106
Σ	300	-	54260	–	157775

Orta əmək haqqının hesablanması:

$$\overline{X}_{hec} = \frac{\sum Xf}{\sum f} = \frac{54260}{300} = 180{,}9 \; man$$

5-ji qrafadakı məlumatlar hər bir variantdan (intervalın ortasından) orta kəmiyyəti çıxmaq yolu ilə alınır. Məsələn, 90-180,9=-90,9; 110-180,9=-70,9; 130-180,9=-50,9 və s.

6-jü qrafadakı məlumatlar isə 5-ji qrafadakı kənarlaşmaların kvadratını 2-ji qrafadakı müvafiq tezliklərə vurmaq yolu ilə alınır.

Məsələn, $-90{,}9^2 x3=24788$; $-70{,}9^2 x5=25134$; $-50{,}9^2 x13=33681$

Jədvəldəki məlumatlara əsasən dispersiyanı hesablayaq:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X-\overline{X})^2 f}{\sum f} = \frac{157775}{300} = 525{,}9 \; manat$$

Orta kvadratik kənarlaşma isə belə müəyyən edilir:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X-\overline{X})^2 f}{\sum f}} = \sqrt{525{,}9} = 22{,}9 \; manat$$

Buradan aydın olunur ki, ayrı-ayrı variantlar orta kəmiyyətdən 9,1 manatla 90,9 manat arasında kənarlaşdığı halda, bütün variantlar orta hesabla 22,9 manat kənarlaşır.

Orta kvadratik kənarlaşma özünün mütləq qiymətinə görə təkjə əlamətin dəyişməsi dərəjəsindən deyil, həm də variantların və orta kəmiyyətin mütləq səviyyəsindən asılıdır. Ona görə də variasiya sıraları üzrə hesablanan orta kvadratik kənarlaşmaları müxtəlif orta səviyyələrlə müqayisə etmək olmaz. Belə bir müqayisəni aparmaq üçün orta kvadratik kənarlaşmanın orta kəmiyyətə faizlə olan nisbəti göstərijisini hesablamaq lazımdır. Bu yol

$$\upsilon = \frac{\sigma}{\overline{X}} \cdot 100$$

ilə alınan nisbi göstəriji variasiya əmsalı sadlanır və aşağıdakı düsturla hesbalanır:

Variasiya əmsalı dəyişkənliyin nisbi ölçüsü olmaqla variasiya sıralarında əlamətin dəyişməsi dərəjəsini müxtəlif orta səviyyələrlə müqayisə etməyə imkan verir. Məsələn, tutaq ki, hər hansı bir rayonda qarğıdalının orta məhsuldarlığı ($\bar{X}$) 40 sentnerə, orta kvadratik kənarlaşma (σ) 10 sentnerə, digər rayonda ($\bar{X}$) 30 sentnerə, (σ) isə 9 sentnerə bərabərdirsə, deməli, 10>9 olduğuna görə birinji rayonda variasiya mütləq kəmiyyətjə yüksək, nisbi ölçü etibarı ilə aşağı olajaqdır. Belə ki:

$$\upsilon_1 = \frac{10}{40} \cdot 100 = 25\%; \qquad \upsilon_2 = \frac{9}{30} \cdot 100 = 30\%$$

Statistiklərin fikrinjə, variasiya əmsalı 33% olduqda bu toplunu keyfiyyətjə eyni tipli hesab etmək düzgün deyildir.

Varisasiya əmsalı müxtəlif hadisələrin dəyişməsini müqayisə etmək üçün də əlverişlidir. Məsələn, eyni yaşda olan oğlanların boyunun uzunluğu, yoxsa çəkisi daha çox dəyişəndir? Bu suala javab vermək üçün variasiya əmsalından istifadə etmək məqsədəuyğundur. İndi deyək ki, eyni yaşda olan oğlanların boylarının uzunluğunun orta kvadratik kənarlaşması 6 sm-ə, çəkilərinin orta kvadratik kənarlaşması isə 4 kq-a bərabərdir. Təbiidir ki, bu məlumatları bir-biri ilə müqayisə etmək olmaz və ümumiyyətlə belə bir müqayisə aparmaq düzgün deyildir. Lakin oğlanların orta boyunun 114 sm-ə, çəkisinin isə 32 kq-a bərabər olduğunu fərz etməklə variasiya əmsalını hesablasaq:

a) boyun uzunluğu üzrə: $\frac{6}{114} \cdot 100 = 5{,}3\%$

b) çəki üzrə: $\frac{4}{32} \cdot 100 = 12{,}5\%$ alarıq

Hesablanmış variasiya əmsallarını müqayisə etdikdə aydın olur ki, oğlanların boylarının uzunluğuna nisbətən çəkiləri bir-birindən daha çox kənarlaşır.

Orta kvadratik kənarlaşmanın adi üsulla hesablanması bir qədər çətindir. Bu göstərijinin riyazi xassələri onun hesablanmasını sadələşdirməyə imkan verir. Orta kvadratik kənarlaşmanın heç bir isbat tələb etməyən aşağıdakı üç xassəsini göstərmək olar:

Birinji xassə: bütün variantlardan «J» daimi ədədini çıxdıqda (və ya onu əlavə etdikdə) orta kvadratik kənarlaşma dəyişmir.

İkinji xassə: bütün variantları i daimi ədədinə böldükdə (və ya vurduqda) orta kvadratik kənarlaşma bir o qədər dəfə azalır (və ya artır).

Üçünjü xassə: bütün tezlikləri K daimi ədədinə böldükdə (və ya vurduqda) orta kvadratik kənarlaşma dəyişmir. Bundan başqa riyazi statistikada isbat olunmuşdur ki, dispersiya orta kvadratdan əlamətin kvadrat orta kəmiyyəti çıxıldıqdan sonra alınan kəmiyyətə bərabərdir. Yəni:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2 f}{\sum f} = \frac{\sum X^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum Xf}{\sum f} \right)^2 = \overline{X^2} - \bar{X}^2$$

Buradan aydın olur ki, orta kvadratik kənarlaşmanı aşağıdakı düsturla da hesablamaq olar:

$$\sigma = \sqrt{\overline{X^2} - \bar{X}^2} = \sqrt{\frac{\sum X^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum Xf}{\sum f} \right)^2}$$

Beləliklə, statsitika nəzəriyyəsində və statistika işləri təjrübəsində orta kəmiyyətin müxtəlif növlərindən və orta kəmiyyətlə dəyişən əlamətin qiymətləri arasındakı kənarlaşmaların müəyyən edilməsi üsulları olan variasiya göstərijilərindən geniş istifadə olunur.

4. Qruplara bölünmüş topluda dispersiyanın növləri və onların jəmlənməsi qaydası

Hər hansı bir toplu üzrə hesablanmış variasiyaya və ümumi orta kəmiyyətə əsasən əlamətin fərdi qiymətlərinin bir-birindən kənarlaşmasına təsir edən amilləri aşkara çıxarmaq mümkün deyildir. Bunu həyata keçirmək üçün öyrənilən toplunu faktor əlamətinə görə eynitipli qruplara ayırmaq və analitik qruplaşdırma aparmaq lazımdır. Bu zaman həm də topludakı əlaməti ifadə edən vahidlərin bir-birindən kənarlaşmasının səbəbləri müəyyən edilməlidir. Bu məqsədlə aşağıdakı göstərijilərdən istifadə olunur: 1) ümumi dispersiya; 2) qruplararası dispersiya; 3) qrupdaxili dispersiya; 4) qrupdaxili dispersiyalardan hesablanan orta dispersiya.

Ümumi dispersiya (σ_0^2) topluda əlamətin dispersiyasına təsir edən bütün amilləri müəyyənləşirməyə imkan verir və aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$\sigma_0^2 = \frac{\sum (X - \overline{X})^2 n}{\sum n}$$

Qruplararası dispersiya ($\sigma_{q.a.}^2$) müntəzəm olaraq baş verən variasiyanı, başqa sözlə, qruplaşdırmanın əsasını təşkil edən faktor əlamətin təsiri ilə müntəzəm olaraq meydana çıxan fərqi xarakterizə edir və aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$\sigma_{q.a.}^2 = \frac{\sum (\widetilde{X} - \overline{X})^2 n}{\sum n}$$

Qrupdaxili dispersiya ($\sigma_{q.d.}^2$) təsadüfi variasiyanı, başqa sözlə, nəzərə alınmamış amillərin təsiri ilə meydana çıxan və qruplaşdırmanın əsasını təşkil edən faktor əlamətdən asılı olmayan variasiyanın bir hissəsini əks etdirir və aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$\sigma_{q.d.}^2 = \frac{\sum (X_{q.d.} - \widetilde{X})^2}{n}$$

Bu düsturlarda: σ_0^2 - ümumi dispersiyanı;

$\sigma_{q.a.}^2$ - qruplararası dispersiyanı;

$\sigma_{q.d.}^2$ - qrupdaxili dispersiyanı;

$\overline{X}$ - topludakı bütün vahidlərə əsasən hesablanan ümumi orta kəmiyyəti;

$\widetilde{X}$ - topludakı hər qrup üzrə hesablanan xüsusi orta kəmiyyəti;

n – topludakı hər qrupda olan vahidlərin sayını;

X – topluda və hər qrupda olan variantları göstərir.

Bütövlükdə toplu üzrə digər amillərin təsiri ilə əlamətin qiymətlərinin variasiyası qrupdaxili dispersiyalardan hesablanan orta kəmiyyətlə $\overline{\sigma}_{q.d.}^2$ xarakterizə olunur və aşağıdakı düsturla müəyyən edilir:

$$\overline{\sigma}^2_{q.d.} = \frac{\sum \sigma^2_{q.d.} n_{qrup}}{\sum n_{qrup}}$$

Ümumi dispersiya (σ_0^2), qrupdaxili dispersiyalardan hesablanan orta dispersiya ($\overline{\sigma}^2_{q.d.}$) və qruplararsı dispersiyalar ($\sigma^2_{q.a.}$) arasında dispersiyaların jəmlənməsi qaydası ilə müəyyən olunan əlaqə mövjuddur. Bu qaydaya uyğun olaraq ümumi dispersiya qrupdaxili dispersiyadan hesablanan orta dispersiya ilə qruplararası dispersiyanın jəminə bərabərdir. Yəni:

$$\sigma_0^2 = \overline{\sigma}^2 + \sigma^2_{q.a.}$$

Bu qaydaya uyğun olaraq bütün amillərin təsiri nətijəsində baş verən ümumi dispersiya digər amillərin və qruplaşdırma əlamətinin təsiri ilə meydana çıxan dispersiyanın hər ikisinin jəminə bərabərdir.

Dispersiyanın istənilən iki növü məlum olduqda onun üçünjü növünü müəyyən etmək, yaxud da hesablamanın düzgünlüyünü yoxlamaq olur.

Dispersiyaların jəmlənməsi qaydası qruplararası və ümumi dispersiya arasındakı əlaqənin köməyi ilə əldə olunan nətijənin müəyyənediji amillərdən asılılığını aşkara çıxarmağa imkan verir. Bu əlaqə müəyyənedijinin (determinantın) empirik əmsalı (η^2) adlanır və aşağıdakı kimi müəyyən edilir:

$$\eta^2 = \frac{\sigma^3_{q.a.}}{\sigma_0^2}$$

Müəyyənedijinin (determinasiyanın) empirik əmsalının kvadrat kökü empirik korrelyasiya əlaqəsi (η) adlanır. Yəni:

$$\eta = \sqrt{\frac{\sum \sigma^2_{q.a.}}{\sigma_0^2}}$$

Bu əlaqə qruplaşdırmanın əsasını təşkil edən əlamətin nətijə əlamətinin variasiyasına təsirini göstərir, empirik korrelyasiya əlaqəsi 0-la (sıfır) 1 arasında dəyişir. η=0 (sıfır) olduqda qruplaşdırma əlaməti nətijə əlamətinə təsir göstərmir. η=1 olduqda nətijə əlaməti yalnız qruplaşdırmanın əsasını təşkil edən əlamətdən asılı olaraq dəyişir, digər faktor əlamətlərinin təsiri isə sıfra bərabər olur.

Dispersiyaların jəmlənməsi qaydasını konkret misalla nəzərdən keçirək. Tutaq ki, müxtəlif mülkiyyət formalarına mənsub olan müəssisələrdə layihə axtarış təşkilatları tərəfindən yerinə yetirilmiş işlərin həjmi haqqında aşağıdakı məlumatlar verilmişdir (jədvəl 9.8).

Jədvəl 9.8

Təşkilat lar	Yerinə yetirilmiş işlərin həjmi, mln.manat	
	Dövlət müəssisələrində	Qeyri-dövlət müəssisələrində
1	420	3980
2	690	6120
3	790	6030
4	950	7790
5	580	5050
Yekunu:	**3430**	**28970**

Göstərijilər aşağıdakı kimi hesablanır:

1) hər iki mülkiyyət formasına mənsub olan müəssisələr üzrə birlikdə orta hesabla yerinə yetirilmiş işin həjmi müəyyən edilir:

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{\sum n} = \frac{3430 + 28970}{5+5} = \frac{32400}{10} = 3240\ m\ln.manat$$

2) mülkiyyət formalarının hər birinə mənsub olan müəssisə qrupu üzrə ayrılıqda orta hesabla yerinə yetirilmiş işin həjmi müəyyən edilir:

$$\widetilde{X}_1 = \frac{\sum X}{n} = \frac{3430}{5} = 686\ m\ln.manat$$

$$\widetilde{X}_2 = \frac{\sum X}{n} = \frac{28970}{5} = 5794\ m\ln.manat$$

3) qrupdaxili və ümumi dispersiya müəyyən edilir:

$$\sigma^2_{1(q.d.)} = \frac{\sum (X_{q.d.} - \widetilde{X})^2}{n} = \frac{(420-686)^2 + (690-686)^2 + \ldots +}{5}$$

$$\frac{+(580-686)^2}{5} = \frac{162520}{5} = 32504;$$

$$\sigma^2_{2(q.d.)} = \frac{\sum (X_{q.d.} - \widetilde{X})^2}{n} = \frac{(3980-5794)^2 + (6120-5794)^2 + \ldots +}{5}$$

$$\frac{+(5050-5794)^2}{5} = \frac{7990120}{5} = 1598024;$$

$$\sigma^2_0 = \frac{\sum (X - \overline{X})^2}{n} = \frac{(420-3240)^2 + (690-3240)^2 + (790-3240) +}{10}$$

$$\frac{+(950-3240)^2 + (950-3240)^2 + \ldots + (5050-3240)^2}{10} = \frac{73381800}{10} =$$

$$= 7338180;$$

4) Qrupdaxili dispersiyalardan orta kəmiyyət və qruplararası dispersiya hesablanır. Bunun üçün aşağıdakı jədvəl tərtib olunur (jədvəl 9.9).

Jədvəl 9.9

Müəssisə qrupları	Qrupda olan müəssisələrin sayı	Yernınə yetirilmiş işlərin orta həjmi, mln. manat	Yerinə yetirilmiş işlərin dispersiyası
-	n	$\overline{X}$	$\sigma^2_{q.d.}$
Dövlət müəssisələri	5	686	32504
Qeyri-dövlət müəssisələri	5	5794	1.598.024

$$\overline{\sigma}^2_{q.d.} = \frac{(32504 \cdot 5 + (1.598.024 \cdot 5)}{10} = 815264$$

Qruplararası dispersiya müəyyən edilir:

$$\sigma^2_{q.a.} = \frac{(686-3240)^2 \cdot 5 + (5794-3240)^2 \cdot 5}{10} = 6.522.916$$

5) Dispersiyaların jəmlənməsi qaydasına uyğun olaraq ümumi dispersiya tapılır:

$$\sigma^2_0 = 815264 + 6522916 = 7338180$$

Qruplararası dispersiya ümumi dispersiya ilə müqayisə olunur və determinasiya əmsalı hesbalnır:

$$\eta^2 = \frac{6522916}{7338180} = 0{,}889 \text{ və ya } 88{,}9\%$$

Determinasiya əmsalı göstərir ki, yerinə yetirilmiş işlərin dispersiyası 88,9% mülkiyyət formasından asılıdır. Asılılığın yerdə qalan 11,1%-i nəzərə alınmamış digər çoxsaylı amillərin payına düşür.

Determinasiya əmsalından kvadrat kök alındıqda empirik korrelyasiya əlaqəsi müəyyən edilmiş olur:

$$\eta = \sqrt{0{,}889} = 0{,}94$$

Empirik korrelyasiya əlaqəsinin qiyməti belə bir fikir söyləməyə əsas verir ki, müəssisələrin mənsub olduqları mülkiyyət formaları ilə yerinə yetirilmiş layihə-axtarış işləri arasında sıx əlaqə vardır.

Qruplaşdırma əlaməti ilə öyrənilən əlamətin variasiyası arasında əlaqənin mövjud olduğunu yoxlamaq üçün F-in (Fişer meyarının) aşağıdakı dispersiya əlaqəsindən istifadə edilir:

$$F = \frac{\sigma^2}{\upsilon_1} : \frac{\bar{\sigma}^2}{\upsilon_2}$$

Burada: υ_1 və υ_2 – müqayisə olunan dispersiyalar üçün sərbəstlik dərəjələrinin sayını (həm də υ_1=m-1; υ_2=N-m-dir); m –qrupların sayını; N – müşahidələrin sayını göstərir.

Fişer meyarının hesablama yolu ilə əldə edilən qiyməti ($F_{hesablama}$) F-in böhran qiyməti ($F_{böhr.}$) ilə müqayisə edilir. $F_{hesabl.} > F_{böhr.}$ olduqda, əlaqənin mövjudluğu ilə sübut olunmuşdur ki, qruplaşdırma əlamətinin öyrənilən obyektə təsirinin olmaması, başqa sözlə, əlamətlər arasında qarşılıqlı əlaqənin yoxluğu haqqında hipotezin (fərziyyənin) sıfra bərabər olması yoxlanılır. Gətirdiyimiz misalda $F_{hesabl.}$=24, $F_{böhr.}$=10,13 (0,05 səviyyəsində) o deməkdir ki, yerinə yetirilmiş layihə-axtarış işlərinin həjmi ilə müəssisələrin mənsub olduqları mülkiyyət formaları arasında əlaqə mövjuddur.

Dispersiyaların jəmlənməsinə dair nəzərdən keçirilən qayda əlamətin xüsusi çəkisi (payı) üzrə hesablanan dispersiyalara, başqa sözlə, qruplara bölünmüş topluda müəyyən əlamətə malik olan vahidlərin xüsusi çəkisinə (payına) da şamil edilir.

Xüsusi çəkinin (payın) qrupdaxili dispersiyası aşağıdakı düsturla müəyyən edilir:

$$\sigma^2_{q.d.(p)} = P \cdot (1 - P)$$

Burada: P– ayrı-ayrı qruplarda öyrənilən əlamətin payını göstərir.

Qrupdaxili dispersiyalardan hesablanan orta kəmiyyət aşağıdakı düsturla müəyyən olunur:

$$\bar{\sigma}^2_{q.d.(p)} = \frac{\sum P(1-P)^2 n}{\sum n} = P \cdot (1 - P)$$

Qruplararası dispersiyanı hesabladıqda aşağıdakı düsturdan istifadə edilir:

$$\sigma^2_{q.a.(p)} = \frac{\sum (P - \bar{P})^2 n}{\sum n}$$

Burada: n – ayrı-ayrı qruplarda olan vahidlərin sayını;

P–topluda öyrənilən əlamətin xüsusi çəkisini (payını) göstərir.

Topluda əlamətin payı çəkili hesabi orta kəmiyyətin düsturu ilə müəyyən edilir:

$$\bar{P} = \frac{\sum Pn}{\sum n}$$

Ümumi dispersiyanı müəyyən etmək üçün aşağıdakı düsturdan istifadə olunur:

$$\sigma_{0\overline{P}}^{2} = \overline{P} \cdot (1-\overline{P})$$

Nəzərdən keçirilən bu üç növ dispersiyaların aralarında aşağıdakı qarşılıqlı əlaqə vardır:

$$\sigma_{0(\overline{P})}^{2} = \overline{\sigma}_{q.d.(P)}^{2} + \sigma_{q.a(P)}^{2}$$

Dispersiyaların arasındakı bu qarşılıqlı əlaqələr əlamətin xüsusi çəkisi (payı) nəzərə alınmaqla onların jəmlənməsi qaydası adlanır.

Bunları şərti misalla izah edək. Tutaq ki, firmanın ayrı-ayrı sexlərində işçilərin tərkibində əsas fəhlələrin xüsusi çəkisi haqqında aşağıdakı məlumat verilmişdir (jədvəl 9.10).

Jədvəl 9.10

Sexlər	İşçilərin ümumi sayında əsas fəhlələrin xüsusi çəkisi, % P	Bütün işçilərin sayı, *n*
1	80	100
2	75	200
3	90	150
Yekunu	-	450

9.10 jədvəlindəki məlumatlara əsasən aşağıdakılar müəyyən edilir:

1) Firma üzrə ümumilikdə işçilərin tərkibində əsas fəhlələrin xüsusi çəkisi:

$$\overline{P} = \frac{\sum Pn}{\sum n} = \frac{(0{,}80 \cdot 100) + (0{,}75 \cdot 200) + (0{,}90 \cdot 150)}{450} = \frac{365}{450} = 0{,}81$$

2) Firma üzrə işçilərin ümuimi sayında əsas fəhlələrin xüsusi çəkisinin ümumi dispersiyası:

$$\sigma_{0(\overline{P})}^{2} = 0{,}81 \cdot (1-0{,}81) = 0{,}154$$

3) Sexdaxili dispersiyalar:

$$\sigma_{q.d\cdot(P_1)}^{2} = P \cdot (1-P) = 0{,}8 \cdot 0{,}2 = 0{,}16$$

$$\sigma_{q.d\cdot(P_2)}^{2} = P \cdot (1-P) = 0{,}75 \cdot 0{,}25 = 0{,}19$$

$$\sigma_{q.d\cdot(P_3)}^{2} = P \cdot (1-P) = 0{,}9 \cdot 0{,}1 = 0{,}09$$

4) Qrupdaxili dispersiyalardan hesablanan orta kəmiyyət:

$$\overline{\sigma}_{q.d\cdot(P)}^{2} = \frac{\sum P(1-P)^2 n}{\sum n} = \frac{(0{,}16 \cdot 100) + (0{,}19 \cdot 200) + (0{,}09 \cdot 150)}{450} =$$

$$= \frac{365}{450} = 0{,}15$$

5) Qruplararası dispersiya:

$$\overline{\sigma}_{q.a\cdot(P)}^{2} = \frac{\sum (P-\overline{P})^2 n}{\sum n} = \frac{(0{,}80 \cdot 0{,}81)^2 \cdot 100 + (0{,}75-0{,}81)^2 \cdot 200 + (0{,}90-0{,}81)^2 \cdot 150}{450} =$$

$$= \frac{65}{450} = 0{,}004$$

Hesablama nətijəsində əldə edilən göstərijilərin düzgünlüyü belə yoxlanılır: 0,154=0,15+0,004.

1. Medianı tapın.
   3, 6,15,12, 8,28,40,56,32

2.13, 6, 9, 2, 24, 28, 4, 300, 128, 98

Günlər	1	2	3	4	5	6
Gəlir (min.man)	10	40	50	100	120	140

Modanı tapın.
25, 67, 83, 25, 68, 83, 44,25,79

Məsələ. 5 layihənin gəlirlərinin ehtimalının əsasında modanı təyin edin.

Lahiyyələr	I	II	III	IV	V
Gəlir (min.man)	100	200	300	400	500
Ehtimal	0,4	0,25	0,2	0,1	0,05

1. Bankların orta cəbri göstəricisini, modasını, medianını müəyyən edin.

Aylar	1	2	3	4	5	6
Borclar	10	10	20	30	40	70

Modanı təyin edin.

Orta aylıq əmək haqqına görə işçi qruplarının sayı	Işçilərin sayı	Tezliklərin artan yekunu
90-100	75	75
100-110	70	145
110-120	85	230
120-130	90	320
130-140	45	365
140-150	20	385
150-160	15	400
yekun	400	–

Medianını təyin edin.

Aylıq əmək haqqına görə işçi qruplarının sayı	Işçilərin sayı
90-100	75
100-110	70
110-120	85
120-130	90
130-140	45
140-150	20
150-160	15
Yekun	400